cat. fol. 431. N. 99.

00

In dono authoris.

H.V. 272

Lehrbuch der Arithmetik

zum

Gebrauche in den Schulen

und

zum Selbstunterrichte,

von

Johann von Gott Bundschue,

Professor der höhern Mathematik an dem königlich baierischen Lyzeum zu Dilingen, und korrespondirendem Mitgliede der allgemeinen kameralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen.

Historischer Verein für Schwaben

Erster Theil,

welcher das Numeriren und die vier Rechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen, wie auch eine Anleitung zum Kopfrechnen, die Tabellen über die baierischen Maaße und Gewichte und die vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes enthält.

Zweite vermehrte Auflage.

Kempten, 1818.
gedruckt und im Verlag bei Dannheimer.

Historischer Verein
für Schwaben

STADTBIBLIOTHEK
AUGSBURG

Seiner

Hochwohlgeboren

dem

Königlich Baierischen

Schul- und Studien-Rathe

des Oberdonau-Kreises,

Herrn

Franz Joseph Müller,

widmet

dieses Denkmal

der ausgezeichnetsten Verehrung

der Verfasser.

Hochwohlgeborner

Herr Kreis Schul- und Studien-Rath!

Indem ich Euer Hochwohlgeboren bitte, Ihrem gefeierten Namen die zweite Auflage dieser, für den mathematischen Elementar-Unterricht bestimmten Schulschrift wiederholt weihen zu dürfen; so möchte ich hiermit einer gedoppelten Pflicht entsprechen: es sollte ein geringes Denkmal sein der schuldigen Verehrung, welche der redlichbeeiferte Lehrer seinem würdigen Vorstande öffentlich zollt; es soll aber auch — ein schwacher Beweis meiner tiefen Huldigung da stehen, welche ich dankbar Ihrem besondern edeln Wohlwollen gegen mich, und Ihrer vorzüglich verehrungswürdigen Persönlichkeit darbringe. Nur, wo beide Motive im schönen Einklange stehen; nur, wo sich zu der Achtung aus Dienstespflicht noch die freie Huldigung des Herzens, jenes stets unbestechliche Tribut persönlicher Vorzüge, gesellt, nur da gedeiht das Gute in jeder untergeordneten Geschäftssphäre wohlthätig, und nach ganzer Kraft.

Wenn ich die reinste Dienstesachtung Ihrem unermüdeten Eifer in allgemeiner Förderung der Ihrer einsichtsvollen Leitung anvertrauten Schul- und Erziehungs-Zwecke; wenn ich die ungeheucheltste Verehrung Ihrem, dem Partheigeiste, und der auf Kosten fremder Verdienste geschäftigen Ambition stets fremden, unzugänglichen Charakter längst schuldig geworden; so bin ich auch andererseits Ihren kräfti-

gen, besonders wohlgeneigtesten Bemühungen in Empfehlung und Gemeinnützigmachung meiner mit redlichster Absicht, zu nützen, ausgearbeiteten Schulschriften Ihrer ganz vorzüglichen Bethätigung für die Aufnahme und Verbreitung des mathematischen Studiums auf eine besondere Weise verbunden und dankverpflichtet.

Ich weiß es wohl, der Schulautor hat außer den Anforderungen der Wissenschaft noch ganz vorzüglich den der Didaktik und Pädagogik Genüge zu thun; wessen Rath und Führung könnte ich mir aber in dieser Hinsicht mit größerem Vertrauen erbitten, als eben die Ihrige, da Sie den schwer zu erringenden Ruf eines ausgezeichneten öffentlichen Pädagogen schon vorlängst durch musterhafte Werke festgegründet haben?

Indem ich mich glücklich schätze, auch in meinen gegenwärtigen Dienstesverhältnissen, mich Ihrer fortgesetzt weisen und gütigen Leitung zu erfreuen, empfehle ich mich Ihrer Wohlgewogenheit und Freundschaft auf's Neue; und stolz auf den Besitz derselben werde ich durch rastloses Bemühen, nützlich zu werden, das hohe Vertrauen der Regierung, und das Ihrige rechtfertigen.

Genehmigen Sie die Versicherung der ausgezeichnetsten Verehrung, womit ich zeitlebens geharre,

Dilingen, den 24. April 1817.

Euer Hochwohlgeboren

dankschuldigster, gehorsamster
Johann von Gott Bundschue,
Lyzeal-Professor.

Vorrede
zur ersten Auflage.

Ich habe sowohl dem Wunsche des diesortigen königlich baierischen Studien-Rektorats, als auch jenem sämmtlicher Herren Professoren der hiesigen königlichen Studienschule dadurch Genüge geleistet, daß ich gegenwärtige Schrift verfaßte, welche bereits hier in der Unter- und Ober-Primärklasse, wie auch in dem Progymnasium und in der Realschule als Lehrbuch eingeführt worden ist.

Die eben erwähnten Herren Professoren der Studienschule haben mir zugleich, und vorzüglich Herr Professor Cammerer, bei den über den Zweck und die Einrichtung dieses Werkes gepflogenen Verabredungen ihre Ansichten und Bemerkungen auf die freundschaftlichste Weise mitgetheilet, und mir dadurch das mühsame Geschäft, ein brauchbares Lehrbuch zu verfassen, nicht wenig erleichtert; weßwegen ich hiermit denselben für ihre thätige Unterstützung den verbindlichsten Dank abstatte.

Was den Umfang und die Grenzen dieses Werkes betrifft, so nahm ich eben jene Theile der Mathematik in dasselbe auf, die nach dem allerhöchsten allgemeinen Normativ der Einrichtung der öffentlichen Unterrichts-Anstalten in dem Königreiche Baiern an den königlichen Studienschulen vorzutragen sind.

Dabei habe ich das ganze Werk in Berücksichtigung der allerhöchsten allgemeinen Erinnerungen und Beschlüsse, ddto. München den 30. Jäner 1813, in drei Theile getheilt, und eine solche Einreihung der einzelnen mathematischen Zweige getroffen, daß der erste und zweite Theil in der Unter- und Ober-Primärklasse, und der dritte in der Sekundärschule passend als Leitfaden beim mathematischen Unterrichte benützt werden kann; indem die beiden ersten Theile zusammen das Numeriren, und die vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen sammt den nöthigen Anwendungen derselben auf die genannten oder konkreten Zahlen, und die Aufgaben der so genannten Regel-Detri enthalten, und im dritten Theile die Dezimal- und Sexagesimal-Brüche, die ersten Elemente der Buchstaben-Rechnung, und die Progressionen vorkommen, während in demselben zugleich gezeigt wird, wie in Zahlen die Quadrat- und Kubikwurzeln ausgezogen werden.

Weil sich das Gymnasium unmittelbar an die Studienschule anschließt, und ich nach der nämlichen Methode in den vier Gymnasialklassen den Unterricht in der Mathematik fortsetze, so wird nun in diesem Gegenstande durch Einführung des gegenwärtigen Lehrbuches an der diesortigen königlichen Studien-Anstalt in Gemäßheit der aller-

höchsten Vorschriften, ddto. München den 25. Juli 1810, ein regelmäßiges Fortschreiten von Klasse zu Klasse, und ein durchgängig zusammenhängender Stufengang des Unterrichtes eingehalten.

Um überflüssige Wiederholungen zu vermeiden, und ein geordnetes Ganzes herzustellen, habe ich die drei Theile dieses Werkes so mit einander in Verbindung gesetzt, daß beim öffentlichen Unterrichte die beiden folgenden Theile nicht wohl benützt werden können, wenn nicht schon vorhin mit den nämlichen Schülern der erste Theil, welcher die Grundlage der gesammten Arithmetik enthält, abgehandelt worden ist.

Beim mathematischen Unterrichte, welcher in den Studienschulen ertheilet wird, kann die Uebung des wissenschaftlichen Denkens bei den Schülern keineswegs zur Aufgabe gemacht werden; um deßwillen trennte ich die Rechnung mit Buchstaben von jener mit Ziffern, und behandelte in den beiden ersten Theilen, und zum Theile auch in dem dritten nur die Rechnungsarten ganzer und gebrochener Größen, in so ferne sie mit Ziffern ausgedrückt werden.

Ich schickte jeder einzelnen Abhandlung durch die gegebenen Erklärungen die benöthigten Begriffe voraus, die von einem solchen Belange sind, daß die Schüler ohne dieselben weder die aufgestellten Regeln auffassen, noch sich dem vorliegenden Zwecke gemäß die gehörige Fertigkeit in den ersten arithmetischen und algebraischen Verrichtungen eigen machen können.

Auf die vier Grund-Rechnungsarten werden

in der Arithmetik alle nachherigen Veränderungen zurückgeführet; es ist bei diesen letzteren unaufhörlich von Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, von Summe, Rest, Produkt ꝛc. die Rede. Wenn nun dem Schüler beim Elementar-Unterrichte diese Begriffe nicht beigebracht werden, so kann man nicht erwarten, daß er in der Folge Fortschritte machen werde.

Die Regeln, die als allgemein giltige Vorschriften genau bestimmen, wie man, um gewisse Resultate zu erhalten, bei jedem Beispiele zu verfahren habe, stellte ich ausführlich für die vorkommenden verschiedenen Fälle dar. Weil aber die blosse Angabe der Regeln nicht zureichend ist, so fügte ich denselben jederzeit ein Beispiel bei, welches ich dann Schritt vor Schritt nach den vorangeschickten Regeln ausarbeitete, um dem Schüler genau den Weg zu bezeichnen, den er bei Anwendung der aufgestellten Regeln zu betreten hat. In der Schule läßt der Lehrer die vorgelegten Aufgaben nach seiner Ansicht auflösen, und sagt dem Schüler mündlich, was er alles zu thun, und zu beobachten habe, um zum vorgesteckten Ziele zu gelangen. Da es sich aber nicht erwarten läßt, daß der Schüler zu Hause das alles noch wisse, was ihm beim öffentlichen Unterrichte vorgesagt wurde, so hat er bei seinen häuslichen Beschäftigungen durch die ausführlich ausgearbeiteten Beispiele die Regeln auch so, wie sie wirklich schon in Anwendung gebracht worden sind, und zugleich eine bestimmte Norm vor sich, wie er die Sache anzugehen habe, wenn er die nämlichen Regeln bei anderen Beispielen in Anwendung bringen will.

Die Beweise und Grundsätze habe ich sowohl für den Lehrer, und diejenigen, welchen das Buch zum Selbstunterrichte bestimmt ist, als auch für die Schüler ausgesetzt, indem dieselben ohne Algebra geführt werden, und deßhalb leicht verstanden werden können. Damit man alle vorgelegten Rechnungs-Aufgaben auflösen kann, muß man von den aufgestellten Regeln und Vorschriften eine sichere und deutliche Kenntniß haben, welches Letztere nur dann Statt finden kann, wenn man selbst schon beim Elementar-Unterrichte einigermaßen die Gründe des Verfahrens, in so ferne es in der gemeinen Arithmetik geschehen kann, einzusehen lernet; während dann in der Folge den Schülern am Gymnasium auch die wissenschaftlichen Gründe beigebracht werden, um sie an ein gründliches, und konsequentes Denken zu gewöhnen.

Ich habe deßwegen mehrentheils sowohl die Beweise, als auch die vorangeschickten Grundsätze, und einige Bemerkungen, die ich der gehörigen Ordnung und Konsequenz wegen für nöthig erachtete, in eigenen §§. ausgesetzt, und denselben jenen Platz angewiesen, der ihnen vermöge ihres Inhaltes zukömmt, damit man das, was entweder nur für den Lehrer gehört, oder beim ersten Unterrichte für manche Schüler zu schwer sein dürfte, überschlagen, und das Benöthigte beim zweiten oder dritten Nachholen in dem gehörigen Zusammenhange mit dem, was schon abgehandelt worden ist, nachtragen kann.

Die am Ende der vorkommenden Abschnitte angeführten Fragen, und beigesetzten nicht aufgelös'ten Beispiele dienen zur Wiederholung, und

Uebung, um sowohl dasjenige dem Gedächtnisse der Schüler auf eine bleibende Weise einzuprägen, was in den vorangehenden §§. gesagt worden ist, als auch dadurch den Schülern Gelegenheit zu verschaffen, sich selbst in Betreff des Erlernten mündlich und schriftlich auszudrücken, und dasselbe in mehreren Beispielen in Anwendung zu bringen.

Ich bearbeitete dieses Werk, und vorzüglich die beiden ersten Theile desselben, um zugleich dem Wunsche mehrerer königlich baierischen Distrikts-Schul-Inspektionen des Illerkreises, und jenem des hiesigen königlichen Herrn Schul-Kommissärs und Professors Jäger zu entsprechen, nicht nur zum Gebrauche in den Schulen, sondern auch zum Selbstunterrichte, namentlich für Schul- und Privat-Lehrer; weßwegen manches ausführlicher, als es ohne dieses nöthig gewesen wäre, dargestellt werden mußte.

Zieht man in Erwägung, daß meine Tendenz dahin gerichtet war, sowohl den eben erwähnten Zweck zu erreichen, als auch für den Lehrer und Schüler ein brauchbares Werk zu verfassen, so wird man mich mit Grund deßwegen keiner überflüssigen Weitläuftigkeit beschuldigen können, weil sich in diesem Buche manches vorfindet, was von dem Schüler, und nicht von dem Lehrer, und wieder manches, was von dem Lehrer, und nicht von dem Schüler, benützt werden kann.

Zum Behufe des Addirens, Subtrahirens rc. mit ganzen unbenannten Zahlen schickte ich einige Tabellen voran, und verlangte, daß man sie die Schüler auswendig lernen lassen solle.

Dieses ist aber keineswegs so zu verstehen, als wenn damit, daß die Schüler die Tabellen im Gedächtnisse haben, schon alles ausgerichtet wäre. Der Schüler muß das Gelernte recht wissen, und davon eine deutliche Vorstellung, und sichere Kenntniß besitzen.

Daher fügte ich auch gleich die Bemerkung bei, daß der Lehrer darauf Rücksicht nehmen solle, die bei den ersten Zahlen vorkommenden Akte der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division zu versinnlichen, und mittels gewisser Versinnlichungsmittel, etwa durch körperliche Gegenstände, oder durch gewisse an die Tafel hingeschriebene Zeichen, anschaulich zu machen; indem ohne dieses der Schüler die verlangten Resultate bloß hersagen würde, ohne das Gesagte auch zu verstehen, und deutlich einzusehen, daß z. B. 6 und 9 zur Summe 15, oder aber 6 mit 4 multiplizirt zum Produkte wirklich 24 geben müsse.

Ich habe zu diesem Zwecke in den beiden am Ende des I. Hauptstückes ersten Theiles angeführten Bemerkungen genau bestimmt, ob und wie ferne die Versinnlichung, und auf welche Art und Weise dieselbe beim Unterrichte in der Arithmetik zweckmäßig bewerkstelliget werden könne.

Daß alle Erkenntniß des Menschen vom Sinnlichen, folglich von der Anschauung ausgehe, und die Natur somit diese Anschauung als die Urform der Ausbildung des menschlichen Geistes bestimmt habe, ist von jeher in der Pädagogik als wahr, und richtig anerkannt worden — Auch ist es eine ausgemachte Sache, daß, wenn der Unterricht

faßlich und deutlich sein soll, das Allgemeine immerhin im Besondern nachgewiesen, und in Beispielen und einzelnen Fällen erläutert, und anschaulich gemacht werden müsse.

Indessen hat aber auch die Versinnlichung ihre Grenzen, die von dem Lehrer nicht überschritten werden dürfen.

Nur beim allerersten Unterrichte, der in dem Rechnen z. B. in den deutschen Schulen ertheilt wird, soll die in den erwähnten Bemerkungen angezeigte Versinnlichungs-Methode in Anwendung gebracht werden.

Sind aber einmal die ersten Elemente dem Schüler auf die geeignete Weise beigebracht worden, so besteht dann das ganze Geschäft des folgenden Unterrichtes darin, daß die Sache durchgehends auf Erklärungen und allgemein giltige Vorschriften zurückgeführet wird, um so dem Schüler in der Arithmetik die gehörigen Kenntnisse beizubringen, und denselben mit jenen Veränderungen vertraut zu machen, die ihm zum weitern Fortschreiten in dieser Wissenschaft unentbehrlich sind.

Ich nahm in dieses Buch weder das Kopfrechnen, noch auch jene praktischen Kunstgriffe auf, durch die man in diesem oder jenem individuellen Falle geschwinder, als nach den gewöhnlichen Regeln, das verlangte Resultat findet. Es ist dem Lehrer überlassen, beim mündlichen Vortrage die Schüler in dieser Hinsicht auf das aufmerksam zu machen, was er für förderlich und sachdienlich hält.

Im ersten Theile führte ich, bevor ich zu den vier Rechnungsarten mit den benannten oder konkreten Zahlen übergieng, mehrere Tabellen hinsichtlich der baierischen Maaße, Gewichte, und der vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes an, und schaltete zugleich an den gehörigen Stellen die hierüber ergangenen allerhöchsten königlichen Verordnungen ein.

In den ersten 9 Bogen des ersten Theiles, wie auch in den 3 ersten Bogen des zweiten Theiles mußte die Addition durch dieses Zeichen †, und die Multiplikation durch dieses X ausgedrückt werden. Hingegen aber in den folgenden Bogen findet man die eigentlichen mathematischen Zeichen, für die Addition nämlich dieses +, und für die Multiplikation dieses Zeichen ×.

Bei Verfassung dieses Werkes benützte ich nebst den mathematischen Schriften von Vega, Lorenz, Kiesewetter, Prändel, Weigl ꝛc. vorzüglich das höchst schätzbare Lehrbuch des Herrn geistlichen Rathes und Professors Mägold, womit mich mein vortrefflicher Lehrer, der königlich baierische Herr Hofrath und dermalige Professor der Mathematik, Physik und Naturgeschichte an dem Lyzeum zu Salzburg, Doktor Ferdinand Mahir bekannt machte, als ich das Glück hatte, zwei Jahre hindurch seinen öffentlichen mathematischen Vorlesungen an dem Lyzeum zu Dilingen beizuwohnen.

Ich kann nicht umhin, dem eben erwähnten königlichen Herrn Hofrathe bei dieser Veranlassung öffentlich meinen verbindlichsten innigsten Dank für alles mir Erwiesene abzustatten. Daß so bald

meine Wünsche in Erfüllung giengen, und ich beinahe unmittelbar nach den vollendeten philosophischen und theologischen Studien zum öffentlichen Lehramte an einem Gymnasial-Institute gelangte, habe ich im hohen Grade seiner thätigen Unterstützung zu verdanken. Ich hatte bei Ihm während seines vierjährigen Aufenthaltes zu Dilingen außer dem öffentlichen Unterrichte zu jeder Stunde des Tages freien Zutritt, um mich, wo ich einigen Zweifel hatte, über die etwas schwereren Zweige der höheren Mathematik noch besonders belehren zu lassen; ich durfte Ihm vertrauensvollst alle meine Wünsche, die Er jederzeit auf das Kräftigste unterstützte, vorbringen, und mich bei Ihm in allen nur immer vorkommenden Angelegenheiten Rathes erholen. Derselbe ist demnach in Dilingen nicht bloß mein Lehrer, Er ist auch, woran ich mich, so lange ich lebe, dankbarst erinnern werde, zugleich mein wahrer Freund gewesen.

Kempten,
den 14. März 1813.

Professor Bundschue.

Vorrede
zur zweiten Auflage.

Durch die günstige Aufnahme, die das von mir im Jahre 1813 herausgegebene Lehrbuch der Arithmetik fand, ist die erste, nicht unbedeutende Auflage vergriffen, und ich übergebe hier dem Publikum in der neuen Auflage den ersten Theil dieses Werkes, welches von der allerhöchsten Stelle mit allergnädigster Huld in Gemäßheit eines allerhöchsten Reskriptes genehmiget, von mehreren königlichen Studienanstalten als allgemeines Lehrbuch eingeführt und beibehalten, und in den nahmhaftesten Blättern auf das vortheilhafteste rezensirt wurde.

Auf die huldvollste Empfehlung des königlichen General-Kommissariates des vormaligen Illerkreises, und durch die unbefangene Ueberzeugung der Herren Professoren selbst sind meine Schriften allenthalben in diesem Kreise für den öffentlichen sowohl, als Privat-Unterricht eingeführt und verbreitet worden.

Auf solche Weise wurde mein Muth und Eifer unterhalten, für Ausarbeitung der, in den hö-

heren Gymnasial- und Lyzeal-Klassen nothwendigen Lehrbücher Sorge zu tragen, so wie ich mich zur Verfassung der, für die genannten Kurse noch benöthigten geometrischen Anleitungen zu bestimmen, damit ich mir für meine sämmtlichen öffentlichen mathematischen Vorlesungen an dem diesortigen königlichen Lyzeum meinen eigenen Leitfaden, und zugleich für die Ober-Gymnasialklasse und die höhere Bürgerschule zu Kempten nach dem Wunsche der dortigen Herren Professoren ein geometrisches Lehrbuch bilde, das mit einem arithmetischen zu einem Ganzen verbunden ist.

Durch die allgemeine Einführung meines Lehrbuches in den königlichen Studienschulen des vormaligen Illerkreises wird ein regelmäßiges Fortschreiten von Klasse zu Klasse eingehalten, und der mathematische Unterricht in den niederen Klassen nach der nämlichen Methode, nach der ihn zu Kempten die Herren Professoren aller Gymnasialklassen mittels des nämlichen Lehrbuches fortsetzen, auf die zweckmäßigste Weise ertheilt; da der höhere mathematische Unterricht ungleich systematischern und gedeihlichern Fortgang gewinnt, wenn die Schüler in den unteren Klassen nach dem Geiste und den zweckmäßigen Abstufungen eines und desselben Lehrbuches für die harmonische Fortsetzung des höheren vorbereitet und eingeübt werden; als wenn dieses der Fall nicht ist, und nach verschiedenen Methoden, und verschiedener inneren Eintheilung und Behandlung der Wissenschaft der vorbereitende und höhere Unterricht an Form und Materie differiren.

Ich erweiterte während des verflossenen Studienjahres mein Lehrbuch der Arithmetik, in das ich in der Folge die höhere Algebra vollends auf-

nehmen werde, durch die Herausgabe des vierten Theiles, welcher in Verbindung mit den vorausgehenden Theilen, und der von mir im Jahre 1812 über die praktische Proportionslehre verfaßten Schrift alle jene Zweige enthält, die nach den allerhöchsten königlichen Bestimmungen vom 28. September 1816 in dem Gymnasium und Progymnasium, wie auch in den lateinischen Vorbereitungs- und den höheren Bürger-Schulen zu lehren sind.

Für die gütige Aufnahme und Verbreitung meiner Werke bin ich dem würdigen und verdienten Herrn Studien-Rektor und Schul-Kommissär Professor Georg Jäger zu Kempten, und seinem allgemein verehrten Vorgänger, dem jetzigen Herrn Stadtpfarrer zu Immenstadt, Joseph Kirchhofer, wie auch sämmtlichen Herren Professoren der königl. Studien-Anstalten zu Kempten und Memmingen recht sehr verbunden; ich statte ihnen hiermit, und in's besondere den würdigen Herren Professoren Cammerer und Grieser, welche mir zur zweiten Auflage ihre Ansichten und Bemerkungen auf die freundschaftlichste Weise mittheilten, den innigsten Dank ab.

Bei dieser Auflage suchte ich wieder, um den wiederholt geäußerten Wünschen mehrerer königl. Lokal-Schul-Kommissariate und Distrikts-Schul-Inspektionen zu entsprechen, ein für den Lehrer und Schüler gleich brauchbares Lehrbuch zu verfassen, damit es nicht nur in den Schulen, sondern auch beim Selbstunterrichte, namentlich von Schul- und Privat-Lehrern, benützt werden kann.

Was ich in der ersten Auflage im ersten Theile in den beiden am Ende des I. Hauptstückes ange führten Bemerkungen von der Versinnlichung sagte,

dürfte ich in der gegenwärtigen zweiten Auflage an diesem Orte weglassen, weil davon im letzten Hauptstücke bei der Anleitung zum Kopfrechnen, die ich nach Holzapfels Beiträgen (München 1806, im kön. baier. deutschen Schulbücher-Verlage) bearbeitete, ausführliche Erwähnung geschieht.

Die Tabellen über die baierischen Maaße und Gewichte, und die vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes behielt ich in diesem ersten Theile wieder bei, und vergrößerte ihn um das dritte Hauptstück, in welchem in Absicht auf die vier Rechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen in fortlaufenden §§. eine Anleitung zum Kopfrechnen vorkömmt, die ich anfangs in einem Anhange vortragen wollte, und welche in der zweiten Auflage des zweiten Theiles, hinsichtlich der gemeinen Brüche und der Auflösung der Regel-Detri-Aufgaben, fortgesetzt wird; da das Kopfrechnen von anerkannten Vortheilen ist, und wegen der folgenden Bände die vorige Ordnung der §§. bleiben mußte. Was ich in dem letzten Hauptstücke sage, benütze der Lehrer beim Vortrage der vorausgehenden Abschnitte des I. und II. Hauptstückes, damit die Schüler zugleich im Rechnen an der Tafel, und im Kopfrechnen die gehörige Fertigkeit erlangen.

Dilingen,

den 24. April 1817.

Der Verfasser.

Inhalt.

Einleitung.

Vorläufige Begriffe . . . Seite 1. §. 1 bis §. 10.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten mit ganzen unbenannten, und solchen benannten Zahlen, wo nur Einheiten der nämlichen Benennung vorkommen.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren . . . S. 14. §. 11 — §. 23.

II. Abschnitt.

Von der Zusammenzählung — Addition.

I. Erklärungen und Grundsätze S. 35. §. 24 — §. 25.
II. Regeln der Addition, wenn nur zwei Summanden vorkommen . . . . . S. 36. §. 26 — 27.
III. Regeln der Addition, wenn mehrere Summanden vorkommen . . . . . . S. 44. §. 28.
IV. Anwendung und Beweis der aufgestellten Regeln . . . . . . S. 47. §. 29. — §. 30.
V. Wiederholung in Fragen, und Beispiele zur Uebung . . . . . . S. 49. §. 31 — §. 32.

III. Abschnitt.

Von der Abziehung — Subtraktion.

I. Erklärungen und Grundsätze S. 52. §. 33 — §. 34.
II. Regeln der Subtraktion . S. 54. §. 35 — §. 37.
III. Anwendung und Beweis dieser Regeln S. 60. §. 38 — §. 39.
IV. Bemerkung, jede Probe betreffend . S. 64. §. 40.
V. Zweifache Probe der Subtraktion . S. 65. §. 41.
VI. Zweifache Probe der Addition . . S. 67. §. 42.
VII. Wiederholung in Fragen, und Beispiele zur Uebung . . . . . . S. 69. §. 43 — §. 44.

IV. Abschnitt.

Von der Vermehrung — Multiplikation.

I. Erklärungen und Grundsätze S. 72. §. 45 — §. 46.
II. Regeln, Beweise ꝛc. für die Multiplikation mit zwei Faktoren, die aus einem oder mehreren Ziffern bestehen . . . . . . S. 76. §. 47 — §. 52.
III. Erleichterung des Multiplizirens, wenn die Faktoren am Ende und in der Mitte Nullen haben S. 85. §. 53 — §. 56.
IV. Regel der Multiplikation, wenn mehr als zwei Faktoren vorkommen . . . . S. 91. §. 57.
V. Probe der Multiplikation durch Subtraktion S. 92. §. 58.
VI. Wiederholung in Fragen, und Beispiele zur Uebung . . . . . . S. 93. §. 59 — §. 60.

V. Abschnitt.

Von der Theilung — Division.

I. Erklärungen und Grundsätze S. 95. §. 61 — §. 62.
II. Lehrsätze, Regeln und Beweise in Absicht auf die Division, wenn der Dividend und Divisor nur aus einem, oder aus mehreren Ziffern besteht S. 99. §. 63 — §. 70.
III. Erleichterung des Dividirens, wenn der Dividend und Divisor am Ende Nullen hat S. 111. §. 71 — §. 73.
IV. Probe der Division durch Division und Multiplikation, und umgekehrt der Multiplikation durch Division . . . . . . S. 113. §. 74 — §. 75.
V. Wiederholung in Fragen, und Beispiele S. 115. §. 76 — §. 77.

II. Hauptstück.

Vom Reduziren und den vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen von verschiedener Benennung.

I. Abschnitt.

Vom Reduziren.

I. Erklärungen . . . . . . S. 117. §. 78.
II. Die vorzüglich beim baierischen Maaße, Gewichte ꝛc. vorkommenden Reduktionszahlen
a) Vom Längenmaaße . . . S. 118. §. 79.
b) Vom Flächenmaaße . . . S. 121. §. 80.
c) Vom Körpermaaße . . . S. 122. §. 81.
d) Vom Getränkmaaße . . . S. 124. §. 82.
e) Vom Getraid-, Mehl- und Kalkmaaße S. 125. §. 83.
f) Vom Papiermaaße . . . S. 127. §. 84.
g) Vom Gewichte . . . . S. 129. §. 85.
h) Von der Eintheilung der Kreislinie S. 133. §. 86.
i) Vom Zeitmaaße . . . S. 134. §. 87.
k) Von verschiedenen Münzen . . S. 137. §. 88.

III. Die einfache und zusammengesetzte Reduktion niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt S. 147. §. 89 — §. 92.
IV. Wiederholung in Fragen, und Beispiele S. 153. §. 93 — §. 94.

II. Abschnitt.

Die vier Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

I. Bemerkung, die in diesem Hauptstücke vorkommenden Grundsätze, Beweise ꝛc. betreffend . S. 156. §. 95.
II. Die Addition mit ganzen benan̄ten Zahlen S. 158 §. 96 — § 97.
III. Die Subtrakt. mit ganzē benan̄ten Zahlen S. 161. §. 98 — §. 99.
IV. Die Multiplikation mit solchen Zahlen S. 167. §. 101 — §. 104.
V. Die Division mit solchen Zahlen S. 173. §. 105 — §. 108.
Probe dieser Multiplikation u. Division S. 178. §. 109 — §. 110.
Bemerkung, die Multiplikation und Division ganzer benannter Zahlen betreffend . . . S. 180. §. 111.
VI. Wiederholung in Fragen, u. Beispiele S. 181. §. 112 — §. 113.

III. Hauptstück.

Vom Kopfrechnen, und von einigen Vortheilen bei dem Numeriren, und den vier Rechnungsarten mit unbenannten und benannten Zahlen.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren.

Begriff von der Zahl und dem Zählen, und von den Ziffern, und dem Zählen bis auf Hundert S. 188. §. 114 — §. 116.
Begriff von Einern, Zehnern und Hunderten, und dem Lesen und Schreiben ein- und mehrzifferichter Zahlen . . . . . S. 194. §. 117 — §. 120.

II. Abschnitt.

Vom Zusammenzählen oder Addiren.

Bestimmung, welche Größen addirt werden können, und die Zusammenzählung einzifferichter Zahlen sammt einigen Beispielen . . S. 202. §. 121 — §. 124.
Zusammenzählung mehrzifferichter Zahlen sammt Beispielen . . . . . S. 208. §. 125 — §. 127.

III. Abschnitt.

Vom Abziehen oder Subtrahiren.

Bestimmung, welche Größen von einander subtrahirt werden können, und die Abziehung einzifferichter Zahlen . . . . . S. 214. §. 128 — §. 130.

Abziehung einzifferichter Zahlen von zweizifferichte S. 217. §. 131.
Abziehung mehrzifferichter Zahlen von einander S. 220. §. 132 — §. 134.

IV. Abschnitt.

Vom Vermehren oder Multipliziren.

Das kleine u. große Einmaleins betreffend S. 225. §. 135 — §. 137.
Die Multiplikation einer einzifferichten Zahl mit einer zweizifferichten, oder umgekehrt . S. 229. §. 138.
Die Multiplikation mit einer solchen Zahl, wenn der Multiplikand aus mehreren Ziffern besteht S. 231. §. 139.
Die Multiplikation mit 10, 100, 1000 ꝛc. wie auch mit 11 . . . . . S. 232. §. 140 — §. 141.
Die Multiplikation zweizifferichter Zahlen mit einander . . . . S. 235. §. 142.
Beispiele zur Uebung . . . . . S. 236. §. 143.

V. Abschnitt.

Vom Theilen oder Dividiren.

Die Divisionstabelle, u. Beispiele darüber S. 237. §. 144 — §. 145.
Bestimmung von Hälften, Dritteln ꝛc. S. 239. §. 146.
Tabelle hierüber . . . . . S. 240. §. 147.
Beispiele . . . . S. 243. §. 148.
Die Division mehrzifferichter Zahlen durch eine einzifferichte, oder auch durch 10, 100, 1000 ꝛc. sammt Beispielen . . . . . S. 245. §. 149 — §. 150.

Ein-

Einleitung
in die
gesammte Mathematik.

§. 1.
Einheit.

Wenn die Rede ist von einer einzigen Person, von einem einzigen Gulden ꝛc., so bezeichnet man dadurch, daß man sagt „eine Person, ein Gulden“ ꝛc. nur ein einziges Ding, welches daher eine Einheit seiner Art ist, und in der Vorstellung, wodurch dieses allein — ohne alle Verbindung mit anderen seines gleichen dargestellte Ding gedacht wird, ist jede Wiederholung — oftmalige Setzung des nämlichen Dinges ausgeschlossen.

Jedes Ding, für sich betrachtet, ist eine Einheit; wo nur ein einziges, da sind nicht zugleich mehrere Dinge der nämlichen Art; die Einheit in diesem Sinne schließt die Vielheit aus.

§. 2.
Vielheit, Zahl, Größe.

a) Die Wiederholung — mehrmalige Setzung des nämlichen Dinges gibt die Vielheit, in wie ferne man nämlich nur auf die Anzahl oder Menge der nämlichen Dinge sieht; weßhalb die Zahl ein Inbegriff von Einheiten ist, und immerhin anzeigt, wie viel Dinge der nämlichen Art da sind, oder gedacht werden müssen; sage ich z. B. sechs Gulden, so drücke ich eine Zahl von Gulden aus, weil hier der Gulden, mehrmal genommen, die genannte Zahl von sechs Gulden gibt.

b) Dem Gesagten gemäß heißt nun Zählen eben so viel, als angeben und bestimmen, wie viele Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit vorhanden sind.

c) Die Dinge heissen einerlei (Entia eadem), wenn in dem einen alles ist, was in dem andern ist; verschieden aber (Entia diversa), wenn in dem einen etwas ist, was in dem andern nicht ist.

Gleichartig, homogen (Entia homogenea) nennt man die Dinge, in wie ferne man nur auf jenes sieht, was sie mit einander gemein haben; ungleichartig hingegen (Entia heterogenea), in wie ferne man auf das sieht, was in ihnen verschieden ist. Daher sind eine Kugel und ein Würfel, als Körper betrachtet, gleichartig; zwei Körper aber, von denen man den einen als Kugel und den anderen als Würfel betrachtet, sind ungleichartig.

d) Ein Ding, in wie ferne es ein gleichartiges Mannigfaltiges enthält, heißt eine Größe oder Quantität (Quantum).

Die Bestimmung des Mannigfaltigen in einem Dinge und der Art, wie die Verknüpfung desselben in ihm gedacht wird, heißt seine Beschaffenheit oder Qualität.

e) Wird die Größe eines Dinges durch ein ihm gleichartiges bestimmt, so muß dieses letztere schon zum voraus bekannt und gegeben sein, um untersuchen zu können, wie oft dieses gesetzt werden muß, um jenes, das nun eine gezählte Größe heißt, zu erhalten.

Das Ding, welches, mehrmal genommen, ein ihm gleichartiges gibt, heißt man auch das Maaß oder die Einheit, das Bestimmen selbst aber ein Messen oder Zählen, und die bestimmte Quantität eine Zahl (a und b);

f) Gezählte Größen werden bloße Zahlen genannt, wenn man von der Beschaffenheit der vorhandenen Dinge abstrahirt, und nur auf die Anzahl dieser letzteren sieht.

g) Eine Größe heißt stätig, fließend (Quantum continuum), wenn das Gleichartige in ihr so zusammenhängt, daß das Aufhören des einen zugleich der Anfang des anderen ist; z. B. die Zeit, wo das

Ende der vergangenen zugleich der Anfang der zukünftigen ist.

Eine Größe nennt man diskret (Quantum discretum), wenn das Mannigfaltige abgesondert ist, z. B. ein Haufen Weizenkörner.

h) Dinge von einerlei Quantität, heißen gleich (Entia aequalia), von einerlei Qualität, ähnlich (similia), und von einerlei Quantität und Qualität zugleich, kongruent (congruentia).

§. 3.

Primitive, höhere Einheit.

Höhere Einheit wird jene genannt, die mehrere andere Einheiten in sich begreift; niedere Einheit heißt jene, welche, mehrmal genommen, die höhere Einheit gibt; und die primitive, gleichsam erste, wird jene genannt, die aus keiner anderen entstanden ist, mithin nicht als Inbegriff niederer Einheiten betrachtet wird; z. B. ein Gulden, ein Kreuzer ꝛc. sind höhere Einheiten, weil der Gulden sechszig Kreuzer, und dieser acht Häller hat ꝛc.

Im Gegentheile aber die Zahl 1, ferner ein Häller ꝛc. sind primitive Einheiten, wenn man sie nicht mehr in ihre Theile auflöset, und sie somit nicht mehr als ein Vielfaches einer anderen Einheit ansieht.

§. 4.

Ganze, gebrochene Zahlen.

Eine Größe heißt eine ganze Zahl, wenn man sie als eine Einheit, oder als Inbegriff mehrerer Einheiten betrachtet; so sind z. B. ein Gulden, vier Kreuzer ꝛc. ganze Zahlen.

Drückt aber eine Größe nur einen Theil, oder mehrere Theile einer anderen Größe, mithin nicht das Ganze davon aus, so ist es eine gebrochene Zahl; z. B. ein halber Gulden ist eine gebrochene Zahl, weil hier nur ein Theil des Guldens, also nicht der ganze Gulden selbst, ausgedrückt ist.

§. 5.

Mathematik.

Die Wissenschaft von den diskreten und stättigen Größen, oder überhaupt die Wissenschaft der Größen heißt **Mathematik** oder **Größen-Lehre** (μάθημα, μάθησις — disciplina, scientia quantorum).

Gegenstände der Mathematik sind demnach die Zahlen, ferner die im Raume ausgedehnten Größen, als Linien, Flächen und Körper, und überhaupt alle jene Dinge, die man als Größen betrachten, und die sich wie immer durch Zahlen vorstellen oder bestimmen lassen, z. B. Entfernungen, Zeiten, Gewichte ꝛc.

§. 6.

Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie.

Die Theile der Mathematik sind:

a) Die **Arithmetik** oder **Zahlen-Lehre** (ἀριθμὸς, numerus), die Wissenschaft der Zahlen und gezählter Größen, welche auch **allgemeine Größen-Lehre** (Mathesis universalis) genannt wird, weil diskrete Größen als Aggregate Zahlen sind, und stätige Größen ebenfalls gemessen, und in Zahlen ausgedrückt werden können;

b) Die **Geometrie** (γεωμετρία, terrae mensura) die Wissenschaft von stätigen ausgedehnten Größen; und

c) die **Trigonometrie** (τρίγωνον, μέτρον, trianguli mensura) die Wissenschaft, aus drei gegebenen Stücken eines Dreieckes die übrigen drei durch Rechnung zu finden; sie entsteht aus der Verbindung der Arithmetik mit der Geometrie.

§. 7. a.

Ziffernrechnung, wie auch Buchstabenrechnung und Algebra.

Die Zahlen, welche die Menge der vorhandenen Einheiten ausdrücken, bezeichnet man mit gewissen Zei-

chen, um nicht immer in die Nothwendigkeit versetzt zu sein, dieselben mit Worten aussprechen und schreiben zu müssen.

Diese Zeichen sind nun entweder der Art, daß jedes an und für sich seiner ursprünglichen Einführung gemäß einen bestimmten bleibenden Werth hat, oder sie sind so beschaffen, daß man ihnen bei jeder Aufgabe einen beliebigen Werth beilegen kann; erstere ist die besondere — die gemeine Arithmetik, oder die Ziffernrechnung, weil die Zeichen 1, 2, 3, 4 ꝛc. Ziffern heissen; letztere Rechnung aber ist die allgemeine Arithmetik, die Buchstabenrechnung, weil man dazu die Buchstaben a, b, c ꝛc. nimmt, die an und für sich keine bestimmten Zahlen ausdrücken.

Wird der Werth der unbekannten Zahlen aus gegebenen Bedingungen vermittelst der Gleichungen bestimmt, so wird die Buchstabenrechnung auch Algebra genannt.

Beide, die gemeine Arithmetik, und Algebra, geben Regeln an die Hand, wodurch man in den Stand versetzt wird, gewisse Berechnungen anzustellen, um aus gegebenen Zahlen unbekannte Zahlen zu finden.

Sie unterscheiden sich aber dadurch, daß bei der Ziffernrechnung nur besondere Aufgaben vorkommen, während in der Algebra die Buchstaben als allgemein giltige Ausdrücke alle möglichen Zahlen darstellen können, wodurch dann Auflösungen gemacht werden, die auf alle einzelne, zur vorliegenden Aufgabe gehörige Fälle anzuwenden sind; — ein Vortheil, den die gemeine Arithmetik nicht darbiethet, da sie ihre Regeln, wenn sie allgemein giltige Vorschriften sein sollen, aus der Algebra entlehnen, und erst durch diese ihre volle Begründung erhalten muß.

§. 7. b.

Fortgesetzte Eintheilung der Mathematik.

a) Die Mathematik heißt rein (Mathesis pura), wenn man von allen wirklichen Gegenständen abstrahirt; und

b) gemischt oder angewandt (Mathesis mix-

ta, applicata), wenn die Lehren der reinen Mathematik auf wirkliche Gegenstände bezogen werden.

Die Mathematik wird ferner abgetheilt

A) In die **Elementarmathematik**, die sich bei ihren Lehren auf die ersten Anfangsgründe einschränkt, und zwar

a) in der **Elementararithmetik**, wo die leichteren Verknüpfungen ganzer und gebrochener Zahlen, und die niederen Potenzen vorkommen, und

b) in der **Elementargeometrie**, welche sich auf die geraden, und Kreis-Linien, und auf solche Flächen und Körper bezieht, die sich durch diese Linien darstellen lassen;

B) in die **höhere Mathematik** (Mathesis sublimior), welche bei ihren Lehren da fortfährt, wo es die Elementarmathematik ließ, und die schwereren Aufgaben und Lehrsätze entwickelt.

Zur höheren Mathematik gehören die **Algebra**, und die **Differenzial- und Integral-Rechnung**, während sich die höhere Geometrie in ihren Untersuchungen auf alle krummen Linien, Flächen und Körper ausdehnt, die sich nicht durch gerade, oder Kreislinien darstellen lassen.

Zur angewandten Mathematik gehören

A) Die **praktische Rechenkunst**, d. h., die Anwendung der Arithmetik auf die gewöhnlichen Rechnungsfälle im bürgerlichen Leben;

B) die **praktische Geometrie**, das ist, die Anwendung der Geometrie und Trigonometrie auf die Bestimmung der Längen, Höhen und Flächen, und zwar

a) auf der Oberfläche der Erde, die **Landmeßkunst** (Geodaesia, γεωδαισία, terrae distributio), und

b) unter der Oberfläche der Erde, die **Markscheidekunst** (Geometria subterranea).

Ferner gehören zur angewandten Mathematik

C) Die **mechanischen Wissenschaften**, vom Gleichgewichte und der Bewegung, und zwar

a) schwerer fester Körper, die **Statik** (στατικὴ,

nämlich τέχνη — ars, quae ponderum rationem reddit), und Mechanik (μηχανική, ars machinalis),

b) schwerer flüssiger Körper, Hydrostatik (ὑδροστατική, von ὕδωρ — Wasser, und στατική τέχνη) und Hydraulik (ὑδραυλική, Wasser-Röhre, oder Wasser-Leitung),

c) der Luft, als eines schweren, flüssigen und elastischen Körpers, die Aerometrie (ἀερομετρία, aëris mensura);

D) Die optischen Wissenschaften vom Lichte, nämlich

a) die Optik (ὀπτική von ὄπτω, sehen) vom Lichte, das vom Gegenstande in gerader Linie allenthalben sich verbreitet,

b) die Perspektiv, von der Zeichnung eines Gegenstandes auf einer Ebene, die zwischen ihm und dem Auge in einer bestimmten Lage gesetzt ist,

c) die Katoptrik (κατοπτρική von κατὰ, entgegen oder zurück) vom zurückgeworfenen Lichte,

d) die Dioptrik (διοπτρική von διὰ, durch) vom gebrochenen Lichte;

E) Die astronomischen Wissenschaften, von den Körpern des Weltgebäudes, und dem dadurch bestimmten Raume, und Zeitmaaße auf unserer Erde, und zwar

a) die Astronomie (Ἀστρονομία, astrorum mensura), von der Größe, Bewegung und Verbindung der Weltkörper,

b) die Geographie (γεωγραφία, terrae descriptio), von der Figur und Größe der Erde, und der Lage der Oerter auf ihrer Oberfläche, durch Astronomie bestimmt,

c) die Chronologie (χρονολογία, temporis determinatio), oder die astronomische Zeitbestimmung,

d) die Gnomonik (γνωμονική von γνώμων, Stylus horas indicans) vom Zeitmaaße mittels des Schattens; endlich

F) Die architektonischen Wissenschaften, als
a) die Baukunst,
b) die Artillerie, und
c) die Fortifikation.

Anmerkung: 1) Die praktische Rechenkunst und praktische Geometrie werden gewöhnlich den Lehren der reinen Mathematik entweder eingeschaltet, oder am Ende beigefügt.

2) Die architektonischen Wissenschaften fodern nebst den mathematischen Kenntnissen noch ganz andere, und müssen daher aus eigenen Lehrbüchern vollständig erlernt werden; sie werden deshalb in den mathematischen Lehrbüchern meistens nur sehr kurz am Ende berührt, oder gar weggelassen.

§. 7. c.

Der Werth der Mathematik.

Wenn man den Werth einer Wissenschaft nach ihrem Nutzen oder nach ihrem Einflusse auf die Befriedigung der dringendsten Bedürfnisse in der menschlichen Gesellschaft beurtheilen darf; so behauptet die Mathematik unter den übrigen Wissenschaften, wie es aus ihren angeführten Theilen erhellet, einen sehr ehrenvollen Rang; indem es wenig menschliche Verrichtungen gibt, von denen nicht ein Theil auf mathematischen Gründen beruht.

Ueberdieß gelangt man durch die Mathematik in den Besitz vieler Wahrheiten, und die Evidenz ihrer Lehren gewährt bei ihrem Anblicke das reinste Vergnügen, während sie zugleich ausübende Logik ist, als solche die Urtheilskraft stärkt, und an ein gründliches und konsequentes Denken gewöhnt, und somit eine Geistesstimmung erzeugt, die man zum Studium aller übrigen Wissenschaften nöthig hat.

§. 8.

Einige beim mathematischen Vortrage immer vorkommende Ausdrücke.

1) Eine Erklärung (vom lateinischen Substantiv „definitio“ auch Definition genannt) ist eine

deutliche, ausführliche und präzise Darstellung des Begriffes einer Sache.

Wenn man von einer Sache reden, und sich dabei bestimmter Ausdrücke bedienen will, so muß man genau angeben, was denn eigentlich die Sache, und was unter diesem, oder jenem Worte zu verstehen ist, und zugleich muß man sich immerhin des nämlichen Wortes in der einmal festgesetzten Bedeutung bedienen.

Die Erklärungen — Definitionen müssen jederzeit vorangeschickt werden, damit man dadurch gleich zum voraus die Grenzen desjenigen Gegenstandes genau bestimmt, den man abzuhandeln gedenket, und Lehrer und Schüler mit dem nämlichen Worte jederzeit auch den nämlichen Begriff verbinden. Wenn ich z. B. die Eigenschaften des Dreiecks aufzählen, und also vom Dreiecke reden will, so bestimme ich durch die Erklärung, was für eine Figur unter dem Ausdrucke „Dreieck" zu verstehen ist; wie nun in der Folge von der nämlichen Figur die Rede ist, so bediene ich mich auch des nämlichen, nun schon bekannten Ausdruckes „Dreieck."

Kommen Wörter vor, die eine mehrfache Bedeutung haben, so muß es, um aller Verwirrung vorzubeugen, ebenfalls bemerkt werden, daß nun hier das Wort in diesem und nicht in dem vorigen Sinne zu nehmen sei.

Eine Erklärung heißt genetisch oder Sacherklärung (Definitio realis, genetica), wenn sie die Art angibt, wie die Sache entstehen kann, oder, was einerlei ist, wenn sie die Möglichkeit der Sache darthut; dieselbe heißt Worterklärung (Definitio nominalis), wenn durch sie die Möglichkeit der Sache nicht bestimmt ist.

2) Ein Grundsatz (Axioma) ist ein Satz, dessen Wahrheit schon einleuchtet, sobald man nur den Sinn desselben gefaßt hat; z. B. „das Ganze ist eben so groß, wie alle seine Theile zusammen genommen."

Die Grundsätze bedürfen keines Beweises, da ihre Wahrheit schon an und für sich einleuchtend ist; man heißt sie deßwegen Grundsätze, weil sie bei den Be-

weisen für die Wahrheit anderer Sätze **zum Grunde** gelegt werden.

3) **Ein Lehrsatz** (Theorema) ist ein Satz, dessen Wahrheit, wenn man auch die Worte versteht, nicht sogleich eingesehen wird, und also aus andern Wahrheiten abzuleiten ist; z. B. im Dreiecke haben alle 3 Winkel zusammen 180 Grade; wenn ich auch weiß, was ein geradlinigtes Dreieck, was ein Winkel, und was ein Grad ist, so sehe ich doch gleich unmittelbar nicht ein, warum die 3 Winkel zusammen genommen nicht mehr und nicht weniger, als 180 Grade halten können; die Wahrheit dieses Satzes muß also bewiesen werden.

Etwas **beweisen**, oder **demonstriren** (vom lateinischen Verbum „demonstro") heißt aber eben so viel, als zeigen, und aus Grundsätzen, oder andern schon als wahr erwiesenen Sätzen darthun, daß dasjenige wirklich wahr und richtig sei, was durch den Lehrsatz ausgesprochen ist.

Weßhalb **der Beweis** nichts anderes ist, als die Darstellung der Wahrheit eines Satzes aus andern schon bekannten Wahrheiten.

Ein Beweis wird **direkt** oder **indirekt** — **apogogisch** genannt, je nachdem er die Richtigkeit des Satzes geradezu zeigt, oder die Unmöglichkeit des Gegentheiles darthut.

In Absicht auf die Ordnung, nach welcher die Sätze in einem Beweise auf einander folgen, ist ein Beweis **synthetisch**, wenn er von Gründen ausgeht, und zur Konklusion fortführt; hingegen aber **analytisch**, wenn er von der Konklusion ausgeht, und zu den Gründen zurückführt.

4) **Ein Postulat** — **Foderung** (Postulatum) ist ein Satz, der etwas zu bewerkstelligen verlangt, wo aber die Möglichkeit, und Richtigkeit des Verfahrens von selbst einleuchtet; z. B. man soll zwischen zwei Punkten eine gerade Linie ziehen.

5) **Eine Aufgabe** (Problema) wird ein Satz genannt, der ebenfalls etwas zu bewerkstelligen verlangt, wo aber die Verfahrungs-Weise mittels bestimmter Regeln anzugeben ist. Bei den Aufgaben

muß zugleich auch die Richtigkeit der Auflösung durch einen Beweis dargethan werden; z. B. man soll mehrere Zahlen in eine Summe bringen. Um diese Aufgabe aufzulösen, muß man die Regeln des Verfahrens wissen, und zugleich dann beweisen können, daß die verlangte Summe wirklich gefunden worden sei.

6) Zusatz (Corollarium) heißt ein Satz, der aus einem andern unmittelbar, oder durch einen leichten Schluß hervorgeht; z. B. wenn ich einmal weiß, daß die 3 Winkel eines Dreiecks 180 Grade haben, so folgt nun daraus unmittelbar, daß die 2 spitzigen Winkel im rechtwinklichten Dreiecke 90 Grade haben, weil der rechte Winkel auch 90 Grade hat, und zweimal 90 zur Summe 180 gibt; ein solcher Satz wird nun Zusatz genannt.

7) Lehnsätze (Lemmata) sind Sätze, die aus dem Gebiete anderer Wissenschaften entlehnt, oder aus Erfahrung als wahr angenommen werden, die man also blos benützt, ohne ihre Wahrheit zeigen zu wollen; z. B. ein Stein legt im freien Falle in der ersten Sekunde beinahe 15 Pariser Fuß, in der zweiten 45 ꝛc. zurück; die Wahrheit davon ist aus Erfahrung dargethan, und dient, ohne eines weitern Beweises zu bedürfen, zur Auflösung einiger arithmetischen Aufgaben.

8) Endlich Anmerkungen (Scholia) werden jene Sätze genannt, die zur Erläuterung, Anwendung ꝛc. des Vorhergehenden beigesetzt werden, und mithin im strengen Sinne keinen Bestandtheil des Ganzen ausmachen.

Anmerkung: Die Grundsätze und Lehrsätze sind theoretische Sätze (Propositiones theoreticae), weil sie angeben, daß etwas so oder nicht anders sei; dagegen aber sind die Postulate praktische Sätze (Propositiones practicae), weil sie etwas zu bewerkstelligen verlangen, oder angeben, daß etwas geschehen kann oder soll.

§. 9.

Einige mathematische Zeichen.

Damit man die Sache nicht immerhin mit Worten ausdrücken muß, hat man in der Mathematik einige Zeichen eingeführet, wodurch dann gewisse Größen-

Verhältnisse und vorzunehmende Veränderungen auf eine kurze und einfache Weise bezeichnet werden.

1) Die Zeichen der vier Rechnungsarten sind folgende:

a) Das Zeichen der Zusammenzählung ist dieses (+); es wird gelesen durch „und“, wie auch durch „plus — mehr“, z. B. 3 + 4 heißt 3 und 4, oder 3 plus 4;

b) Das Zeichen der Abziehung ist dieses (—); es wird gelesen durch „weniger — minus“, z. B. 8 — 5 heißt 8 weniger 5, oder 8 minus 5;

c) Das Zeichen der Vermehrung ist dieses (×), oder auch ein Punkt (.); z. B. 3 × 6 oder 3 . 6 heißt 3 multiplizirt mit 6;

d) Das Zeichen der Theilung ist dieses (:), oder auch der Querstrich (/); z. B. 8 : 4 oder 8/4 heißt 8 dividirt — getheilt mit 4.

2) Das Zeichen der Gleichheit (Signum aequalitatis) ist dieses (=), und wird gelesen „gleich, oder ägual“; es drückt aus, daß die linksstehenden Größen zusammen genommen eben so viel ausmachen, wie die rechtsstehenden; z. B. 3 + 4 = 7; d. h., 3 und 4 ist eben so viel, wie 7, oder: 3 und 4 geben 7.

3) Die Ungleichheit drückt dieses Zeichen (<) dergestalt aus, daß die Spitze auf die kleinere, und die Oeffnung auf die größere Größe hinweiset; z. B. 6 < 8 heißt: 6 ist kleiner als 8, und 9 > 4 heißt: 9 ist größer als 4.

4) Das Zeichen (∽) drückt die Aehnlichkeit aus; z. B. A ∽ B heißt: die Größe A ist der Größe B ähnlich.

5) Zur Bezeichnung der Kongruenz dient das Zeichen ($\overline{\overline{\backsim}}$); z. B. A $\overline{\overline{\backsim}}$ B will sagen: die Größen A und B sind einander ähnlich und gleich, das ist, kongruent.

6) Das Unendlichgroße wird durch (∞), und das Unendlichkleine durch $\left(\frac{1}{\infty}\right)$ bezeichnet.

§. 10.

Einige Grundsätze der Mathematik.

1) Jede Größe ist sich selbst gleich, oder A = A; z. B. 8 = 8.

2) Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich; z. B. 12 ist eben so viel, als 8 und 4.

3) Das Ganze ist größer, als ein, oder nur einige Theile desselben; z. B. ein Gulden ist mehr, als ein halber Gulden, oder 1 fl. > ½ fl.

4) Zwei Größen, die einer dritten gleich sind, sind auch unter sich gleich; d. i., wenn A = B und A = C, so ist auch B = C; z. B. 6 = 5 + 1; 6 = 4 + 2, also ist auch 5 + 1 = 4 + 2.

5) Was größer ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch größer, als die andere; wenn A > B, und B = C, so ist A > C; z. B. 8 > 6, und 6 = 4 + 2, also ist auch 8 > 4 + 2.

6) Was kleiner ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch kleiner, als die andere; d. i., wenn A < B, B = C, so ist A < C; z. B. 9 < 12; 12 = 8 + 4, also ist auch 9 < 8 + 4.

7) Was größer ist, als die größere von zwei ungleichen Zahlen, ist auch größer als die kleinere, d. i., wenn A > B; B > C, so ist auch A > C; z. B. 8 > 7, 7 > 4, also ist auch 8 > 4.

8) Was kleiner ist, als die kleinere von zwei ungleichen Zahlen, ist auch kleiner, als die größere; wenn A < B; B < C, so ist auch A < C; z. B. 3 < 4, 4 < 5, also ist auch 3 < 5.

9) Gleiches auf gleiche Art verändert, gibt wieder Gleiches; hingegen Gleiches auf ungleiche Art, oder Ungleiches auf gleiche Art verändert, gibt Ungleiches.

10) Kongruente Dinge sind vollkommen einerlei, und lassen sich daher für einander substituiren, gleichwie gleiche Größen für einander in Rücksicht ihrer Gleichheit, und ähnliche für einander in Rücksicht ihrer Aehnlichkeit gesetzt werden können.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und den vier Rechnungsarten ganzer unbenannter, und solcher benannter Zahlen, wo nur Einheiten einer und der nämlichen Benennung vorkommen.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren.

§. 11.
Vom Zählen.

Wir zählen im gemeinen Leben nach der uns von Jugend auf bekannten Art von eins bis zehen, und die Größe dieser Zahl „zehen", so wie einer jeden der vorhergehenden „neun, acht, sieben ꝛc." ist uns so gleich bekannt, sobald wir sie uns nur denken, oder sie aussprechen hören; sodann zählen wir zehen und eins, zehen und zwei, zehen und drei, zehen und vier ꝛc., oder kürzer „eilf, zwölf, dreizehen, vierzehen ꝛc.", bis wir auf eine Zahl kommen, die zweimal so groß ist, als zehen, und diese nennen wir „zwanzig" ꝛc., dann fangen wir wieder bei eins an und sagen „ein und zwanzig, zwei und zwanzig ꝛc.", bis wir auf eine Zahl kommen, die drei-, vier-, fünf-, sechs-, sieben-, acht-, neunmal so groß ist, als zehen, und nennen sie dann „dreißig, vierzig, fünfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig; zu neunzig zählen wir dann wieder eins, zwei ꝛc., bis wir eine Zahl erhalten, die zehenmal so groß ist, als zehen, diese heißen wir dann Hundert.

Nun zählt man wieder, mit eins angefangen, als „Hundert eins (Hundert und eins), Hundert zwei, Hundert drei ꝛc.", und so erhält man dann zwei Hun-

dert, drei Hundert ꝛc.; zehen Hundert heißt man Tausend, tausendmal Tausend eine Million, eine Million Millionen eine Billion, eine Million Billionen eine Trillion, eine Million Trillionen, oder zehenmal hundert tausend Trillionen heißt man eine Quatrillion ꝛc. — Auf diese Weise kann das Zählen, und Vergrößern der Zahlen immer fortgesetzt werden; zu jeder gegebenen noch so großen Zahl kann ich immer wieder neue Einheiten hinzusetzen, und der dadurch größer gewordenen Zahl eine neue Benennung geben; um deßwillen sagt man, das Vergrößern der Zahlen, und das Zählen könne in's Unendliche fortgesezt werden, indem unendlich eben das genannt wird, was keine Grenzen hat, und somit immer fortgesetzt werden kann.

§. 12.

Verschiedene Bezeichnungs-Arten der Zahlen.

Einige Völker, als die Phönizier, Hebräer ꝛc. haben zur Bezeichnung der Zahlen die Buchstaben ihres Alphabets genommen. Auf solche Weise bedienten sich auch die Griechen ihrer Buchstaben, um die Zahlen auszudrücken; da sie aber hiezu sieben und zwanzig Zahlzeichen nöthig hatten, und ihr Alphabet nur vier und zwanzig Buchstaben hat, so schalteten sie, um auszureichen, nach dem ε, wie auch nach dem π und dem ω drei andere Schriftzüge, die man für Buchstaben eines veralteten Alphabets hält, ein; den neun ersten Buchstaben legten sie die Werthe von eins bis neun bei, mit den folgenden neun bezeichneten sie zehen, zwanzig ꝛc., und mit den letzten neun Buchstaben drückten sie Hundert, zwei Hundert, drei Hundert ꝛc. aus; die Tausende, als ein Tausend, zwei Tausend ꝛc. bezeichneten sie nun wieder mit den ersten Buchstaben des Alphabets, machten aber zum Unterschiede unterhalb einen Strich, während sie vorhin die Buchstaben oberhalb mit einem Striche versahen, um dadurch anzuzeigen, daß die Buchstaben als Zahlzeichen da stehen, und also gewisse Zahlen bedeuten; auf solche Weise wird nun nach der Bezeichnungsart der Griechen eins

geschrieben mit α', zwei mit β', drei mit γ' ꝛc., ferner zehen mit ι', zwanzig mit κ', dreißig mit λ' ꝛc., und Hundert mit ρ', zwei Hundert mit σ', endlich Tausend mit ,α, zwei Tausend mit ,β ꝛc.; acht Hundert drei und siebenzig schreiben sie demnach mit diesen drei Buchstaben „ωογ'", und zwei Hundert zwei und dreißig mit diesen σλβ' ꝛc., 1812 ,αωιβ, 1813 ,αωιγ, 1817 ,αωιζ.

Die Römer wählten einige Buchstaben ihres Alphabets, um damit die Zahlen auszudrücken; sie bezeichneten eins mit I, zwei mit II, fünf mit V, zehen mit X, fünfzig mit L, Hundert mit C, fünf Hundert mit D oder IↃ, und Tausend mit dem Buchstaben M oder mit CIↃ. Sie zählten die Zahlen dieser Zeichen zusammen, als II zwei, VII sieben, XXVI sechs und zwanzig ꝛc.; wenn aber ein kleineres links vor einem größeren Zahlzeichen steht, so zieht man das erstere von dem größern ab, als: IV vier, IX neun, XL vierzig ꝛc. Diese Zahlzeichen heißt man römische Ziffern, römische Zahlen. Sie werden noch häufig, zumal bei öffentlichen Aufschriften ꝛc., um Jahreszahlen auszudrücken, in Anwendung gebracht; die Jahreszahl „ein Tausend acht Hundert und siebenzehen wird deßhalb so geschrieben werden „MDCCCXVII" oder „CIↃIↃCCCXVII."

Auch bedient man sich sowohl dieser Zahlzeichen als auch der kleinen und großen lateinischen, und selbst auch der griechischen Buchstaben, wenn man einzelne Theile einer schriftlichen Abhandlung gerne in einer gewissen Ordnung anführen möchte; um also nicht mit Worten schreiben zu müssen: „Erstens, Zweitens, Drittens, Viertens, Fünftens ꝛc.", schreibt man kürzer: „I, II, III, IV, V ꝛc." oder „A, B, C, D, E ꝛc." oder „a, b, c, d, e ꝛc.", oder endlich: „α, β, γ, δ, ε ꝛc."

Einige Völker bedienten sich nur der zwei Zahlzeichen

zeichen 1 und 0, durch welche sie jede Zahl ausdrückten, indem sie den Werth des Zeichens 1 (eins) so oft verdoppelten, als es um eine Stelle gegen die Linke zu stehen kam; das Zeichen 0 (Null) hatte keinen Werth, und diente nur, um die leeren Stellen auszufüllen. Die ersten zehn Zahlen lassen sich dem zufolge auf nachstehende Art darstellen:

Eins	durch	1	Sechs	—	110
Zwei	—	10	Sieben	—	111
Drei	—	11	Acht	—	1000
Vier	—	100	Neun	—	1001
Fünf	—	101	Zehn	—	1010

Es bedeutet das Zeichen 1 an der ersten Stelle, wenn man von der rechten zur linken Seite zählet, eins, an der zweiten — zwei, an der dritten — vier, an der vierten Stelle acht ꝛc. Diese Bezeichnungsart steht der gewöhnlichen weit nach; es kann hier eine größere Zahl nicht leicht überschauet werden, indem man allererst wissen muß, an welchen Stellen das Zeichen 1 steht, um die Werthe desselben zu wissen, und zusammenzählen zu können; eben so mühsam wäre hier das Anschreiben gegebener Zahlen, da man nur zwei Zeichen hat, und der Werth von 1 (eins) immerhin nur doppelt würde; wo man also dieselben sehr oft wiederholen müßte, um für jede Zahl eine andere Verbindung zu erhalten; z. B. um die Zahl „vier und sechszig" auszudrücken, müßte man schreiben: 1000000 ꝛc.

Die gewöhnliche Bezeichnungsart der Zahlen besteht darin, daß man mit den bekannten neun Ziffern nebst der Nulle alle möglichen Zahlen auf eine sehr einfache und leicht begreifliche Weise darstellet.

Diese zehen Zeichen, womit wir die Zahlen bezeichnen, werden, weil wir sie aus Arabien erhalten haben sollen, arabische Ziffern genannt; man lies't und schreibt sie folgendermaßen: „1 eins, 2 zwei, 3 drei, 4 vier, 5 fünf, 6 sechs, 7 sieben, 8 acht, 9 neun, 0 Null.

Das letzte Zeichen nennt man um deßwillen Null oder Nichts, weil es an und für sich keine Zahl bezeichnet; wohl aber füllt es die leeren Stellen aus, und bewirkt dadurch, daß die übrigen Ziffern an ihre gehörige Stelle kommen.

§. 13.

Der zweifache Werth der arabischen Ziffern.

Der bleibende Werth, den jedes der eben benannten Zahlziffern an und für sich hat, heißt der natürliche Werth derselben. So bedeutet 2 zufolge des natürlichen Werthes immer zwei, 3 immer drei ꝛc.

Damit man aber mit diesen einzigen zehn Zeichen alle vorkommenden Zahlen auszudrücken im Stande ist, so hat man diesen Ziffern nebst ihrem natürlichen Werthe noch einen neuen Werth beigelegt, welcher von der Stelle, an welcher die Ziffern stehen, erkannt, und eben deßwegen Lokalwerth — Ortswerth genannt wird, indem das lateinische Substantiv „locus“, von welchem der Ausdruck „Lokalwerth“ herkommt, einen Ort, eine Stelle, bezeichnet.

§. 14.

Nähere Bestimmung dieses Orts-, Lokalwerthes.

Um den Lokalwerth, der aus der Stelle erkannt wird (§. 13.), durch ein allgemeines Gesetz zu bestimmen, ist als Regel angenommen worden:

Jedes folgende Ziffer von der rechten zur linken Seite erhält einen zehnmal größeren Werth, als derjenige ist, den es an der unmittelbar vorhergehenden Stelle hat.

Das Zehnfache von eins ist zehn, das Zehnfache von zehn ist Hundert, das Zehnfache von Hun-

dert ist Tausend rc.; denn zehnmal Hundert ist Tausend, zehnmal zehn heißt man Hundert, und zehnmal eins nennt man zehn. Daher bedeutet z. B. das Ziffer 2 an der ersten Stelle von der rechten zur linken Seite 2 Einer — 2 primitive Einheiten, an der zweiten Stelle 2 Zehner, an der dritten 2 Hundert, an der vierten Stelle 2 Tausend rc., somit an der nächstfolgenden Stelle gegen die Linke immer zehnmal mehr, als an der nächstvorhergehenden; eben darin besteht der Lokalwerth der arabischen Ziffern.

§. 15.

Zahlen-System überhaupt, und insbesondere das Dezimal-System.

Zahlen, die nun so nach einem allgemeinen Gesetze geordnet sind, daß immer eine gleich große Anzahl von Einheiten genommen wird, um die nächsthöhere Einheit zu erhalten, nennt man ein Zahlen-System, und zwar das Zehner-System, wenn immer zehn niedere Einheiten zusammen genommen werden, um die nächsthöhere Einheit zu bilden.

Dieses Zehner-System wird vom lateinischen Worte „decem" (zehn) Dezimal-System, und vom griechischen Zahlworte „δέκα" (zehn) dekadisches System genannt, gleich wie dasjenige Zwölfer-System, oder Duodezimal-System — vom lateinischen Worte „duodecim" (zwölf) genannt würde, bei welchem immer der Inbegriff von zwölf niedern Einheiten die nächst höhere Einheit gäbe. Es leuchtet für sich ein, daß sich auf diese Weise mehrere andere Systeme denken lassen.

Anmerkung: Das Dezimalsystem war fast bei allen Nationen von jeher üblich, und ist wegen der Anzahl der Finger an beiden Händen das anschaulichste und natürlichste.

§. 16.

Benennung der Einheiten verschiedener Ordnung im Dezimal-Systeme.

Um auch in der Aussprache die Einheiten verschiedenen Ranges gehörig zu unterscheiden, hat man für sie eigene Benennungen eingeführt, die in Betreff des Dezimal-Systemes im §. 11. angeführt wurden; zehn Einer heißt man nämlich einen Zehner, zehn Zehner nennt man Hundert ꝛc. Hat man z. B. diese Zahl vor sich „7654321“, so bezeichnet eins an der ersten Stelle eins — einen Einer, 2 an der zweiten Stelle 2 Zehner, 3 an der dritten Stelle 3 Hundert, 4 an der vierten Stelle 4 Tausend, 5 an der fünften Stelle 5 Zehner der Tausende, 6 an der sechsten Stelle 6 Hundert der Tausende, und 7 an der siebenten Stelle 7 Millionen.

Durch diese eingeführten Benennungen als „Million, Tausend, Hundert ꝛc. weiß man bestimmt, an welche Stelle jedes Ziffer zu setzen ist, und findet man mehrere Ziffern neben einander geschrieben, so muß man ebenfalls den ihnen zukommenden Lokalwerth mittels dieser Benennungen auszusprechen wissen.

Trifft man an einigen Stellen Nullen an, so fehlen die dahin gehörigen Einheiten, die also im Aussprechen nicht genannt werden können; im Anschreiben müssen aber nothwendig die Nullen da sein, um die leeren Stellen auszufüllen, und dadurch die übrigen Ziffern an ihre Stellen setzen zu können (§. 13.); z. B. 2 bedeutet bloß 2 Einer, 20 drückt aus 2 Zehner, und 200 bezeichnet 2 Hundert ꝛc., weil durch die Nullen das Ziffer 2 an die Stelle der Zehner und Hunderte zu stehen kömmt.

In nachstehender Tabelle kann man mit Einem Blicke den Werth der Ziffern, der ihnen vermöge ihrer Stelle zukömmt, übersehen, und sich dadurch die zur Bezeichnung des Lokalwerthes beigefügten Benennungen eigen machen.

Tabelle.

Jedes Ziffer bedeutet an der ersten, zweiten ꝛc. Stelle																											
Stelle	27.	26.	25.	24.	23.	22.	21.	20.	19.	18.	17.	16.	15.	14.	13.	12.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
und so immer fort- gesetzt.	Hunderte	Zehner	Einer	Hundert- tausende	Zehn- tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hundert- tausende	Zehn- tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hundert- tausende	Zehn- tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte der Tausende	Zehner der Tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer
der Quatrillionen				der Trillionen						der Billionen						der Millionen						bloße					
Beispiel.	4	3	'''' 2	0	0	4.	2	5	''' 3	0	9	3.	7	0	'' 6	4	5	0.	9	8	' 7	6	5	4.	3	2	1
Von der Rechten zur Linken.	Neunte Klasse.			Achte Klasse.			Siebente Klasse.			Sechste Klasse.			Fünfte Klasse.			Vierte Klasse.			Dritte Klasse.			Zweite Klasse.			Erste Klasse.		
Von der Linken zur Rechten.	Erste Klasse.			Zweite Klasse.			Dritte Klasse.			Vierte Klasse.			Fünfte Klasse.			Sechste Klasse.			Siebente Klasse.			Achte Klasse.			Neunte Klasse.		

§. 17.

I. Aufgabe, jede mit Ziffern bezeichnete Zahl auszusprechen.

Auflösung:

Eine Zahl, die mit Ziffern bezeichnet ist, aussprechen, heißt eben so viel, als sowohl den natürlichen, als auch den Lokalwerth der vorstehenden Ziffern mittels der mehrmal erwähnten Benennungen in Worten ausdrücken.

Dieses kann man, wenn der benannte zweifache Werth der vorkommenden Ziffern bekannt ist.

Den natürlichen Werth erkennt man gleich, sobald man nur die Ziffern vor sich sieht, indem diese aus §. 12. hinlänglich erkannt werden können.

Den Lokalwerth erkennt man aber nur aus der Stelle, an welcher die Ziffern stehen (§. 13.).

Weil man aber, zumal bei größeren Zahlen, nicht gleich beim ersten Anblicke unterscheiden kann, an welcher Stelle jedes einzelne Ziffer steht, so theilet man zur sichern Bestimmung der Stellen die auszusprechende Zahl zuvor nach folgender Regel in Klassen:

1) Bei der rechten Seite fängt man an, indem man von der rechten zur linken Seite hin jeder Klasse 3 Ziffern gibt, die einzige letzte linksstehende Klasse darf, wenn nicht mehr 3 Ziffern vorhanden sind, auch 1 oder 2 Ziffern haben;

2) Nach der ersten Klasse macht man unten zwischen das dritte und vierte Ziffer einen Punkt (.) zum Zeichen, daß das vierte, fünfte und sechste Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte von den Tausenden ausdrücke. — Nach der zweiten Klasse macht man oben zwischen das sechste und siebente Ziffer ein Strichlein (') zum Zeichen, daß das siebente, achte und neunte Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte der Millionen ausdrücke. — Nach der dritten Klasse macht man zwischen das neunte

und zehnte Ziffer wieder einen Punct zum Zeichen, daß das zehnte, eilfte und zwölfte Ziffer die Einer, Zehner und Hunderte der Tausende von den Millionen bezeichne. — Nach der vierten Klasse macht man zwischen das zwölfte und dreizehnte Ziffer zwei Strichlein (″) zum Zeichen, daß nun die folgenden Ziffern Billionen ausdrücken. — Auf solche Weise wird das Klassifiziren — die Eintheilung in Klassen so lange fortgesetzt, bis die ganze Zahl in Klassen eingetheilt worden ist; die Striche wechseln mit den Punkten immer ab; unten macht man durchgehends nur einen Punkt, und oben jederzeit so viele Striche, als unten bereits Punkte vorausgehen; deßhalb wächst die Anzahl der Striche immer um eins, und es kömmt oben erstens ein Strich, dann zwei, dann drei ꝛc. (ꝛc.‴.″.′.) zu stehen, die dann gelesen werden: „Millionen (′), Billionen (″), Trillionen (‴), Quatrillionen (⁗) ꝛc.“, während man beim Punkte immerhin Tausend sagt;

3) Nun lies't man die Zahl, d. h., man spricht sie aus von der linken zur rechten Seite, wobei man nur mehr auf 2 Stücke Acht zu geben hat:

Erstens, daß man jede Klasse, die dem Gesagten gemäß nie mehr als 3 Ziffern haben kann, so ausspricht, als stände sie ganz allein da, und

Zweitens, daß man diejenigen Benennungen, durch welche der verschiedene Rang der Einheiten (§. 16.) bezeichnet wird, und die man aus den beigefügten Zeichen (ꝛc.⁗.‴.″.′.) erkennet, nach jeder ausgesprochenen Klasse beisetzet.

Wer demnach eine Zahl von 3 Ziffern aussprechen kann, und die Bedeutung der durch die Klassifikation beigesetzten Punkte und Striche weiß, der kann jede noch so große Zahl aussprechen.

§. 18.
Anwendung der eben angeführten Regeln.

Die auszusprechende Zahl besteht entweder aus einer oder aus mehrern Klassen.

A) Hat dieselbe nur Eine Klasse, so ist die Klassifikation ganz überflüssig, da man bei 3 Ziffern gleich unmittelbar ersehen kann, welches Ziffer an der ersten, welches an der zweiten, oder an der dritten Stelle steht; wo dann hier noch der dreifache Fall möglich ist, daß die Zahl nur ein Ziffer, oder zwei, oder drei Ziffern hat.

1) Ist die Zahl nur durch ein einziges Ziffer ausgedrückt, so hat man, da hier nur Einer — die primitiven Einheiten vorkommen, nach §. 12. bloß den natürlichen Werth des Ziffers auszusprechen; daher werden z. B. die Zahlen 1, 4, 8 rc. gelesen „eins, vier, acht rc."

2) Besteht die Zahl aus zwei Ziffern, so kann die erste Stelle von der rechten zur linken Seite mit Null (0) besetzt sein, oder nicht. Im ersten Falle wird nur das zweite Zahlzeichen oder Ziffer nach seinem natürlichen, und zugleich auch nach seinem Lokalwerthe gelesen; z. B. die Zahlen 20, 30, 50, 80, 90 rc. werden gelesen: „zwei Zehner, drei Zehner, fünf Zehner, acht Zehner, neun Zehner rc." (§. 14.), oder kürzer nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche „zwanzig, dreißig, fünfzig, achtzig, neunzig rc." — Im zweiten Falle, wenn keine Null (0) vorkömmt, spricht man das erste rechtsstehende Ziffer zuerst bloß nach seinem natürlichen Werthe aus, indem es bloße Einer — Einheiten der niedrigsten Ordnung vorstellet; dann durch das Wörtchen „und" spricht man noch dazu das zweite linksstehende Ziffer sowohl nach seinem natürlichen, als auch Lokalwerthe aus; die Zahlen 24, 46, 98 werden daher gelesen „vier und zwanzig, sechs und vierzig, acht und neunzig"; eigentlich sollte man sagen: „zwei Zehner und vier Einer, vier Zehner und sechs Einer, neun Zehner und acht Einer", oder kürzer: „zwanzig und vier, vierzig und sechs, neunzig und acht"; nun

ist es aber einmal so eingeführet, daß man die Einer zuerst, und dann die Zehner ausspricht; was die Zahl selbst — den Werth derselben betrifft, ist es gleich viel, ob man sagt „zwanzig und vier", oder „vier und zwanzig." Die Zahlen 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 werden gelesen: „zehn, eilf, zwölf, dreizehn ꝛc."; bei diesen wird das Wörtchen „und" nicht ausgesprochen.

Zu bemerken ist, daß die Null (0) links an der letzten Stelle, bei der man anfängt, die Zahl auszusprechen, nie stehen könne; dieses kömmt daher, weil die Null im Dezimal-Systeme nur ausdrückt, daß Einheiten einer bestimmten Ordnung in der gegebenen Zahl nicht vorkommen; die Zahlen 02, 04 müßten eben so gelesen werden, als wenn die Null gar nicht da wäre, nämlich: „kein Zehner zwei Einer, kein Zehner vier Einer", welches eben so viel ist, als: „zwei, vier."

3) Besteht die Zahl aus drei Ziffern, so sind wieder mehrere Fälle möglich.

a) Es kann an der ersten und zweiten Stelle eine Null sein, wo dann links an der dritten Stelle ein Zahlziffer steht, das nach seinem Lokalwerthe (§. 14.) Hunderte ausdrückt; diese allein können ausgesprochen werden, da keine Einer und Zehner, wie dieses die Nullen zu erkennen geben, vorhanden sind; z. B. 300, 400, 900, diese Zahlen werden gelesen: „drei Hundert, vier Hundert, neun Hundert."

b) Es kann nur an der ersten Stelle rechts eine Null sein; dann sind keine Einer da, man spricht also nur die Hunderte und die Zehner aus; z. B. 240, 980, man lies't also: „zwei Hundert und vier Zehner, neun Hundert und acht Zehner", oder kürzer: „zwei Hundert vierzig, neun Hundert achtzig."

c) Es kann in der Mitte eine Null vorkommen, dann fehlen die Zehner, man spricht also nur die Hunderte und Einer aus; z. B. 405, 709, diese werden gelesen: „vier Hundert fünf, sieben Hundert neun; das Wörtchen „und" darf hier ausgelassen werden, anstatt daß man nämlich lesen würde „vier Hundert und fünf ꝛc."

d) Endlich kann keine Null vorkommen;

hier lies't man zuerst die Hunderte, dann die Einer und zuletzt die Zehner; z. B. 468, 974 — „vier Hundert acht und sechszig, neun Hundert vier und siebenzig."

B) Wenn aber die Zahl, die man aussprechen will, mehr als drei Ziffern, mithin mehr als Eine Klasse hat, so verfahre man nach der im vorigen §. angegebenen Weise, indem man jede Klasse so ausspricht, als stände sie ganz allein da, und man noch am Ende einer jeden Klasse die Benennungen derjenigen Einheiten beifügt, die durch die vorgenommene Klassifikation bezeichnet sind.

Ein Beispiel hierüber ist in der im §. 16. angeführten Tabelle beigefügt.

Die Klassifikation ist da der gegebenen Vorschrift gemäß von der rechten zur linken Seite vorgenommen worden; nach der ersten, dritten, fünften und siebenten Klasse ist unten ein Punkt, und nach der zweiten, vierten, sechsten und achten Klasse sind der Ordnung nach oben die Striche „''''.'''.''.'." angebracht, welche ausdrücken, daß man Quatrillionen, Trillionen, Billionen und Millionen lesen soll, während der unten stehende Punct immer Tausende bezeichnet, und mit dem Worte Tausend zu lesen ist.

Diese große Zahl, welche 27 Stellen hat, und also in 9 Klassen getheilt werden konnte, wird nun so gelesen:

432	Quatrillionen	(9te Klasse — 432'''')
004	Tausend	(8te Klasse — 004.)
258	Trillionen	(7te Klasse — 258''')
093	Tausend	(6te Klasse — 093.)
706	Billionen	(5te Klasse — 706'')
450	Tausend	(4te Klasse — 450.)
987	Millionen	(3te Klasse — 987')
654	Tausend	(2te Klasse — 654.)
321		(1te Klasse — 321).

Kann man einmal jede einzelne Klasse richtig aussprechen, so lese man die ganze Zahl auf folgende Weise:

432''''004.258'''093.706''450.987'654.321

„Vier Hundert zwei und dreißig Quatrillionen, vier Tausend, zwei Hundert acht und fünfzig Trillionen, drei und neunzig Tausend, sieben Hundert

sechs Billionen, vier Hundert fünfzig Tausend, neun Hundert sieben und achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drei Hundert ein und zwanzig.“

Am Ende dieses Abschnittes werden hierüber noch mehrere Beispiele folgen.

§. 19.

II. Aufgabe, jede in Worten ausgedrückte Zahl wieder gehörig mit Ziffern zu bezeichnen.

Auflösung:

Zahlen, die entweder ausgesprochen werden, oder die man in Worten niedergeschrieben vor sich hat, werden wieder gehörig angeschrieben, wenn man sie so mit den erwähnten Zahlziffern bezeichnet, daß die bloß mit Ziffern hingeschriebene Zahl ganz die nämliche ist, die zuerst mit Worten ausgedrückt wurde; wodurch nun diese beiden Verrichtungen, das Lesen und Anschreiben der Zahlen, sich wechselseitig zur Probe dienen. Wird eine ausgesprochene, oder überhaupt in Worten ausgedrückte Zahl mit Ziffern bezeichnet, oder die durch Ziffern dargestellte Zahl wieder mit Worten ausgedrückt, und man erhält beiderseits das Nämliche, dann ist dieses ein Beweis über die Richtigkeit des vorgenommenen Verfahrens.

Um nun jede gegebene Zahl gehörig mit Ziffern zu bezeichnen, wird zum voraus Folgendes bemerkt:

Man lies't, und spricht alle Zahlen von der linken zur rechten Seite aus, daher nun beim Lesen und Aussprechen derselben die höheren zuerst, und dann der Ordnung nach die niederen Einheiten genannt werden.

Ueberdieß wird jede Klasse so ausgesprochen, als stände sie nur allein da, und am Ende derselben wird die Benennung beigesetzt, die ihr wegen der Einheiten, die sie in sich begreift, zukömmt (§. 16.).

1) Ist eine Zahl nur mit Einem Ziffer zu schreiben, so nimmt man nach §. 12. gerade jenes, das in Gemäßheit seines natürlichen Werthes die

gegebene Zahl bezeichnet; daher werden die Zahlen zwei, vier, neun so geschrieben „2, 4, 9."

2) **Ist eine ganze Zahl größer als neun, und kleiner als Hundert, so müssen, um sie zu schreiben, an zwei Stellen Zahlzeichen gesetzt werden.** — Werden nur Zehner und keine Einer ausgesprochen, so schreibt man an die erste Stelle links ein Ziffer, das die Anzahl der ausgesprochenen Zehner angibt, und an die zweite Stelle rechts setzt man Null, um zu bezeichnen, daß in dieser Zahl Zehner wohl, aber keine Einer vorkommen; die Zahlen z. B. dreißig, siebenzig werden also so geschrieben „30, 70." — Werden nebst den Zehnern auch Einer ausgesprochen, so schreibt man zuerst links die Zehner, und dann rechts an dieses Ziffer hin die gegebenen Einer; die Zahlen acht und vierzig, sechs und neunzig schreibt man folglich so: „48, 96."

3) **Werden in der Aussprache gleich anfangs Hunderte genannt, und dann entweder Zehner und Einer, oder auch keine Zehner und Einer, so muß die Zahl drei Stellen erhalten.** Links an die erste schreibt man die Hunderte, dann die Zehner, und endlich an die dritte Stelle rechts die Einer. — Würden keine Zehner und Einer genannt werden, so müßten die leeren Stellen mit Nullen ausgefüllt werden (§. 12.); z. B. vier Hundert sechs und neunzig, dann acht Hundert vier (acht Hundert und vier), und sieben Hundert vierzig, diese Zahlen sind nun so zu schreiben: „496, 804, 740", und die Zahl neun Hundert müßte geschrieben werden durch „900" (§. 16.).

Wenn höhere Einheiten, als es die bloßen Einer, Zehner und Hunderte sind, ausgesprochen werden, z. B. Tausende, Millionen, Billionen 2c., so ist die Zahl mit mehr als drei Zahlzeichen zu schreiben; wofür nun **folgende Regeln** zu beobachten sind:

1) Weil die erste Klasse von der linken zur rechten Seite, welche bei der Eintheilung von der rechten zur linken Seite die letzte wird, 1, 2, oder auch 3 Ziffern haben kann (§. 17.), so werden

allererst nur diese, da sie auch zuerst ausgesprochen werden, hingeschrieben; sagt man z. B. vier Hundert sechs und dreißig, so schreibt man auch „436."

2) Kömmt nun in der Aussprache eine Benennung von höheren Einheiten vor, so macht man zur Bezeichnung derselben das gehörige Zeichen rechts an die Klasse hin; sagt man z. B. Trillionen, Billionen, oder Millionen, so macht man oben die Strichlein „‴.″.′."; sagt man Tausend, so wird unten immer ein Punkt gemacht;

3) Mit Ausnahme der ersten linksstehenden Klasse, die auch 1 oder 2 Ziffern haben darf (§. 17.), muß jede Klasse drei Stellen haben, und somit mit drei Zeichen ausgefüllt sein, wo man dann immerhin mit den Hunderten anfängt, worauf die Zehner und Einer folgen; dabei ist aber auch zu bemerken, daß nach den oben gesetzten Strichen die nächste Klasse die Hunderte, Zehner und Einer von den Tausenden bedeute, und daß die nach dem Punkte folgende Klasse Hunderte, Zehner und Einer der wieder oben mit Strichen bezeichneten Einheiten ausdrücke; kömmt kein Strichlein mehr nach dem Punkte, so sind es bloße Hunderte, Zehner und Einer, wo dann jetzt die ganze Zahl angeschrieben ist;

4) Sind in einer Klasse die Hunderte, Zehner oder Einer ausgelassen, dann muß man, was schon mehrmal bemerkt wurde, die leeren Stellen mit Nullen ausfüllen, damit jede folgende Klasse drei Stellen, und jedes folgende Ziffer seinen gehörigen Platz bekömmt.

Aus dem, was eben gesagt wurde, daß nämlich die erste linksstehende Klasse auch 1 oder 2 Ziffern haben dürfe, geht nun von selbst hervor, daß links an der ersten Stelle der ersten Klasse nie eine Null stehen, und so-

mit beim Anschreiben einer Zahl nie mit Null angefangen werden dürfe. Man erinnere sich an das, was hierüber gesagt wurde, als die Rede war, wie eine Zahl mit zwei Ziffern geschrieben werden müsse.

§. 20.

Anwendung der eben angeführten Regeln.

Am Ende des §. 18. ist diejenige Zahl, die der Tabelle des §. 16. als Beispiel beigesetzt worden ist, ganz in Worten ausgedrückt. Ich setze nun die Aufgabe, daß diese Zahl, die entweder ausgesprochen, oder so hingeschrieben vorgelegt wird, nun wieder gehörig mit Zahlzeichen zu schreiben sei. Es ist offenbar, daß nun hier die Regeln des vorigen §. in Anwendung kommen.

Die in diesem gegebenen Beispiele mit Ziffern zu schreibende Zahl lautet so:

1) „Vier Hundert, zwei und dreißig Quatrillionen"; dieß ist von der linken zur rechten Seite gerechnet die erste Klasse (§. 16. Tab.); weil man sagt: „vier Hundert zwei und dreißig", so schreibt man 432, und wegen des Beisatzes „Quatrillionen" fügt man noch oben vier Striche ('''') bei: 432''''; —

2) „vier Tausend"; hier sind die Hunderte und Zehner der Tausende nicht ausgesprochen, also macht man an die erste und zweite Stelle der zweiten, nun jetzt folgenden Klasse 2 Nullen (00), und weil man sagt „Tausend" so macht man unten einen Punkt, man erhält daher 004.;

3) „zwei Hundert acht und fünfzig Trillionen"; man schreibt also 258''';

4) „drei und neunzig Tausend"; es werden die Hunderte der Tausende nicht ausgesprochen; man setzt also gleich anfangs Null, und schreibt die vierte Klasse: 093.;

5) „sieben Hundert sechs Billionen"; man schreibt daher 706'', weil keine Zehner der Billionen vorkommen;

6) „vier Hundert fünfzig Tausend"; es kommen hier keine Einer der Tausende vor, also schreibt man: 450.;

7) „neun Hundert sieben und achtzig Millionen“; man schreibt: 987';

8) „sechs Hundert vier und fünfzig Tausend“; man schreibt: 654.; endlich

9) „drei Hundert ein und zwanzig“; man schreibt: 321; womit nun das Anschreiben beendet ist, indem keine Benennung von höheren Einheiten mehr vorkömmt, und man also an der letzten Stelle die primitiven Einheiten, die bloßen Einer, hat.

Diese neun Klassen setzt man nun der Ordnung nach unmittelbar neben einander, man erhält:

432''''004.258'''093.706''450.987'654.321

Muß man nun mehr als vier Striche machen, so ist es besser, wenn man anstatt der Striche, wovon man für jede Klasse nur noch einen Strich beibehält, die Anzahl derselben mit kleinen arabischen Ziffern, die man über jeden Strich zu setzen hat, bezeichnet, wo dann diese das Nämliche bedeuten, wie die sonst am Ende der Klassen beigesetzten Striche; z. B. anstatt „''''''.'''''.''''.'''.''.'.“ würde man nun oben rechts an die Klassen hinsetzen „$'^{6}.'^{5}.'^{4}.'^{3}.'^{2}.'^{1}.$“ welches dann anzeigt: Sextillionen, Quintillionen, Quatrillionen, Trillionen ꝛc.; z. B.

$$64'^{5}023.284'^{4}200.203'^{3}782.094'^{2}207.004'^{1}368.002$$

§. 21.

Begriff vom Numeriren.

Die beiden in den §§. 17. und 19. angeführten Veränderungen bezeichnet man mit dem Ausdrucke „Numeriren.“

Numeriren heißt demnach eine durch Ziffern ausgedrückte Zahl aussprechen, oder eine gegebene Zahl mit Ziffern bezeichnen.

Die Benennung ist vom lateinischen Verbum „numero“, welches Zählen, gleichwie das Substantiv „numerus“ eine Zahl heißt; weil beim Aussprechen und Anschreiben der Zahlen die Ziffern nach ihren Stellen gezählt werden müssen, um ihren jedesmaligen Lokalwerth zu erkennen.

Das Numeriren bringt keine neue Zahl zum Vorscheine; dasselbe gibt nur die Anweisung, wie Zahlen, die schon zum voraus gegeben sein müssen, zu lesen und zu schreiben sind.

Um deßwillen gehört das Numeriren noch nicht zu den eigentlichen Rechnungsarten; indem jede Berechnung darin besteht, daß man aus bekannten Zahlen andere zu finden weiß, die vorhin noch nicht da gewesen sind, wohl aber mit jenen in einer Verbindung stehen, und also durch gewisse Veränderungen, die man mit den gegebenen Zahlen vornimmt, gefunden werden können.

Diese Veränderungen, wodurch mittels angestellter Berechnung aus gegebenen Zahlen andere gefunden werden, heißen die 4 Rechnungsarten, die 4 Spezies (vom lateinischen Substantiv Species — Art), und haben noch insbesondere die eigenen Benennungen „Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division"; wovon in den folgenden Abschnitten die Rede sein wird.

§. 22.

Einige Fragen zur Wiederholung des in diesem Abschnitte Vorgetragenen.

Nachstehende Fragen lasse man zur Wiederholung die Schüler mündlich und schriftlich beantworten. Die Sache wird dadurch ihrem Gedächtnisse tiefer eingeprägt werden, während sie sich zugleich über das Erlernte in ihren eigenen Worten ausdrücken müssen:

1) In welchem Sinne kann das Zählen und Vergrößern der Zahlen in's Unendliche fortgesetzt werden?
2) Mit welchen Zeichen drückten die Griechen und Römer die Zahlen aus?
3) Welche sind die arabischen Ziffern; worin besteht sowohl ihr natürlicher, als auch ihr Lokalwerth?
4) Durch welches allgemeine Gesetz ist der Lokalwerth der arabischen Ziffern bestimmt worden?
5) Was heißt man Zahlen-System überhaupt, und insbesondere Dezimal-System?
6) Mit welchen Benennungen unterscheidet man im dekadischen Systeme die Einheiten verschiedenen Ranges?

7)

7) Auf was hat man Acht zu geben, wenn man gegebene Zahlen gehörig anschreiben, und auf was, wenn man sie wieder aussprechen will?
8) Was heißt man Numeriren, und aus welchem Grunde kann dabei keine neue Zahl gefunden werden?

§. 23.

Einige Beispiele zur Uebung.

A. Zum Aussprechen.

I.

Nach öffentlichen Blättern sind die bevölkertsten Städte von Europa: 1) London zählt 1009085 Einwohner; 2) Paris 580000; 3) Neapel 400000; 4) Moskau 252609; 5) Wien 233547; 6) Petersburg 220000; 7) Amsterdam 220000; 8) Dublin 200000; 9) Madrid 180000; 10) Rom 160000; 11) Venedig 160000; 12) Berlin 153000; 13) Mailand 128000; 14) Glasgow 108830; 15) Hamburg 106920; 16) Edinburg 103155; 17) Marseille 102217.

II.

Nach Angabe des Herrn Professors Cammerer in seinem geographischen Lehrbuche (zweite, durchaus verbesserte, stark vermehrte, und nach den neuesten geographischen Veränderungen bearbeitete Auflage, Kempten bei Dannheimer) enthält Europa gegen 170000, Asien 700000, Afrika 530000, Amerika 800000 und Australien 200000 Quadratmeilen.

III.

Dem Erfinder des Schachspieles, Sessa, wurde zur Belohnung seine Bitte bewilliget, ihm nämlich folgende Summe Waizen zu reichen, für das erste Feld 1 Körnchen, für das zweite 2, für das dritte 4, für das vierte 8, und so für das folgende Feld immer doppelt soviel, als für das vorhergehende; die Anzahl aller geforderten Waizenkörner, indem das Schachbrett 64 Felder hat, belief sich auf 18446744073709551615 Körner.

Rechnet man nun auf das Münchner Schäffel vom mittlern Waizen 6555690 Körner, so beträgt die ganze bewilligte Summe beinahe 2813855455903 solche Schäffel. Würde man nun täglich 1000000, mithin jährlich 365000000 Schäffel entrichten, so würden doch mehr als 7709 Jahre zur völligen Abzahlung erfordert.

B. Zum Anschreiben.

IV.

Würde man alle Zahlen von 1 angefangen, als 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc., bis auf eine Billion zusammen zählen, so würde ihre Summe fünf Hundert Tausend Trillionen und fünf Hundert Tausend Millionen ausmachen.

V.

In dem Berliner Jahrbuche der Astronomie für das Jahr 1811 wird die mittlere Entfernung der bekannten 11 Planeten von der Sonne folgendermaßen angegeben: Merkur ist von der Sonne 8 Millionen deutsche Meilen entfernt, Venus 15, Erde 21, Mars 32, Vesta 49, Juno 35, Pallas 56, Ceres 58, Jupiter 108, Saturnus 199, und Uranus 398 Millionen solche Meilen.

VI.

Nach dem angeführten Lehrbuche des Herrn Professers Cammerer beträgt der Umfang der Erde fünf Tausend vier Hundert deutsche oder geographische Meilen, ihr Durchmesser Tausend sieben Hundert zwanzig solche Meilen, ihre Oberfläche neun Millionen zwei Hundert acht und achtzig Tausend geogr. Quadratmeilen, und ihr körperlicher Inhalt zwei Tausend sechs Hundert zwei und sechszig Millionen fünf Hundert sechszig Tausend geogr. Kubikmeilen.

II. Abschnitt.

Von der Zusammenzählung — Addition.

§. 24.

Erklärungen.

a) Zusammenzählen — Addiren (vom lateinischen Verbum addo) heißt eine Zahl finden, die mehreren gegebenen Zahlen zusammen genommen gleich ist; z. B. wenn ich sage: „3 und 5 ist 8" so habe ich zusammengezählet — addirt, weil ich auf diese Weise die Zahl 8 gefunden habe, die eben so groß ist, wie die beiden anderen zusammen genommen.

b) Summe (vom latein. Substantiv Summa — Inbegriff von mehreren Dingen) ist diejenige Zahl, die den gegebenen zusammen genommen gleich ist; im vorigen Beispiele ist 8 die Summe, weil 8 eben so groß ist, wie 5 und 3.

c) Summanden (vom lateinischen Verbum Summo — zusammenzählen, summiren) sind diejenigen anfangs gegebenen Zahlen, die man in eine Summe bringt; z. B. 5 und 3 sind die Summanden, weil man diese zusammengezählt hat, um 8 zu bekommen.

d) Zusammenzählung — Addition (vom latein. Substantiv additio) ist demnach jene Rechnungsart, durch welche mehrere gegebene Zahlen in eine Summe gebracht werden.

e) Das Zeichen der Addition ist jenes Zeichen, durch welches man diese Rechnungsart ausdrückt, und besteht, wie es im §. 9. bei Nro. 1. a. schon bemerkt wurde, in dem Kreutze (+); z. B. „24 + 36" heißt, man soll 24 zu 36 hinzählen — addiren.

Anmerkung: Die Summanden werden von einigen die Posten, das Zusammenzählen selbst das Summiren, und die Summe das Fazit (von facio — soviel macht es aus) genannt.

§. 25.
Grundsätze der Addition.

Aus dem allgemeinen Grundsatze: „Gleiches, auf gleiche Art verändert, gibt Gleiches“, ferner, „Gleiches, auf ungleiche Art oder Ungleiches auf gleiche Art verändert, gibt Ungleiches“ (§. 10.), gehen die Grundsätze der 4 Rechnungsarten hervor. Für die Addition lauten sie nun folgendermaßen:

I. Gleiches zu Gleichem addirt gibt gleiche Summen; z. B.

$$\begin{array}{c} 6 = 6 \\ 4 = 4 \\ \hline \end{array}$$

also: $6 + 4 = 6 + 4$, oder $10 = 10$.

II. Gleiches zu Ungleichem, oder Ungleiches zu Gleichem addirt, gibt Ungleiches, und dort ist die größere Summe, wo zum voraus der größere Summand ist; z. B.

$$\begin{array}{c} 6 = 6 \\ 4 > 3 \\ \hline 6 + 4 > 6 + 3 \\ 10 > 9 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{c} 8 > 6 \\ 4 = 4 \\ \hline 8 + 4 > 6 + 4 \\ 12 > 10. \end{array}$$

also: $6 + 4 > 6 + 3$, $10 > 9$ — $8 + 4 > 6 + 4$, $12 > 10$.

III. Das Größere zum Größern addirt, gibt die größere Summe; z. B.

$$\begin{array}{c} 6 > 3 \\ 4 > 2 \\ \hline \end{array}$$

also: $6 + 4 > 3 + 2$ oder $10 > 5$.

§. 26.
Regeln der Addition.

Damit man zu gegebenen, bekannten Zahlen die Summe finde, muß man gewisse Regeln, d. h., allgemein giltige Vorschriften wissen, die genau bestimmen und angeben, was man alles zu thun und zu beobachten hat, um die verlangte Summe wirklich zu finden. Die aufgestellten Regeln müssen immer wahr und allgemein giltig sein, damit man durch sie jederzeit in

den Stand versetzt ist, dasjenige wirklich zu finden, was durch die vorgelegte Aufgabe gefunden werden soll.

Die Addition der ganzen Zahlen (§. 4.), wovon allein in diesem Hauptstücke die Rede ist, kann füglich auf folgende zwei mögliche Fälle zurückgebracht werden:

A) Wenn nur zwei Summanden;
B) wenn mehr als zwei Summanden zu addiren sind.

§. 27.

A) Regeln der Addition für jenen Fall, wo nur zwei Summanden vorkommen.

Wenn nur zwei Summanden in eine Summe zu bringen sind, so findet noch der dreifache Fall Statt, daß entweder beide nur aus einem Ziffer, oder einer aus einem und der andere aus mehreren, oder endlich daß beide aus mehr als einem Ziffer bestehen.

a) Bestehen beide Summanden nur aus einem Ziffer, und sind somit zwei Zahlen zu addiren, wovon jede kleiner ist als 10, so verfahre man nach der beigefügten Additions-Tabelle, wo alle hier möglichen Fälle vorkommen, und also dafür die jedesmaligen Summen angegeben sind.

Additions-Tabelle.

I.	II.	III.	IV.
0 und 0 gibt 0	1 und 0 gibt 1	2 und 0 gibt 2	3 und 0 gibt 3
0 — 1 — 1	1 — 1 — 2	2 — 1 — 3	3 — 1 — 4
0 — 2 — 2	1 — 2 — 3	2 — 2 — 4	3 — 2 — 5
0 — 3 — 3	1 — 3 — 4	2 — 3 — 5	3 — 3 — 6
0 — 4 — 4	1 — 4 — 5	2 — 4 — 6	3 — 4 — 7
0 — 5 — 5	1 — 5 — 6	2 — 5 — 7	3 — 5 — 8
0 — 6 — 6	1 — 6 — 7	2 — 6 — 8	3 — 6 — 9
0 — 7 — 7	1 — 7 — 8	2 — 7 — 9	3 — 7 — 10
0 — 8 — 8	1 — 8 — 9	2 — 8 — 10	3 — 8 — 11
0 — 9 — 9	1 — 9 — 10	2 — 9 — 11	3 — 9 — 12

V.					VI.					VII.				
4	und 0	gibt	4		5	und 0	gibt	5		6	und 0	gibt	6	
4	— 1	—	5		5	— 1	—	6		6	— 1	—	7	
4	— 2	—	6		5	— 2	—	7		6	— 2	—	8	
4	— 3	—	7		5	— 3	—	8		6	— 3	—	9	
4	— 4	—	8		5	— 4	—	9		6	— 4	—	10	
4	— 5	—	9		5	— 5	—	10		6	— 5	—	11	
4	— 6	—	10		5	— 6	—	11		6	— 6	—	12	
4	— 7	—	11		5	— 7	—	12		6	— 7	—	13	
4	— 8	—	12		5	— 8	—	13		6	— 8	—	14	
4	— 9	—	13		5	— 9	—	14		6	— 9	—	15	

VIII.					IX.					X.				
7	und 0	gibt	7		8	und 0	gibt	8		9	und 0	gibt	9	
7	— 1	—	8		8	— 1	—	9		9	— 1	—	10	
7	— 2	—	9		8	— 2	—	10		9	— 2	—	11	
7	— 3	—	10		8	— 3	—	11		9	— 3	—	12	
7	— 4	—	11		8	— 4	—	12		9	— 4	—	13	
7	— 5	—	12		8	— 5	—	13		9	— 5	—	14	
7	— 6	—	13		8	— 6	—	14		9	— 6	—	15	
7	— 7	—	14		8	— 7	—	15		9	— 7	—	16	
7	— 8	—	15		8	— 8	—	16		9	— 8	—	17	
7	— 9	—	16		8	— 9	—	17		9	— 9	—	18	

Man soll z. B. 6 zu 5 addiren; man suche bei VI. von oben nach unten jene Summe, die den beiden Summanden 5 und 6 (5 — 6) beigesetzt ist, man findet „5 + 6 = 11“, d. h., 5 und 6 gibt zur Summe 11; — oder aber z. B. man soll 8 zu 9 addiren, man suche nun in der Tabelle bei X abwärts, bis man findet „9 + 8 = 17“ so hat man das Gesuchte, nämlich 9 und 8 gibt 17.

Weil man aber durch das immerwährende Suchen in der Tabelle zu viel Zeit versäumen würde, so lasse man die Schüler die Tabelle ganz auswendig lernen, und übe sie so lange im Addiren der einfachen Zahlziffern, bis sie es da zu einiger Fertigkeit gebracht haben; zugleich, damit sie nicht bloß mechanisch zu Werke gehen, bediene man sich körperlicher Gegenstände, z. B. der Finger an den Händen, um es ihnen dadurch auf eine ganz anschauliche Weise begreiflich zu machen,

daß man geradezu diese Summe erhalten müsse; z. B. wenn ich 5 zu 6 addiren soll, so habe ich 6 Einer, und ich soll nun noch 5 addiren, d. h., noch 5 hinzählen, dazu brauche ich 5 Finger, denn ich sage 7, 8, 9, 10, 11, wie ich also zu 6 noch 5 hinzähle (§. 11.), so erhalte ich 11, das die Summe von 6 und 5 ist. — Wäre eine größere Zahl zur kleinern zu addiren, so kehre man die Aufgabe um, indem man die Stellen der Summanden verwechselt; im Grunde erhalte ich immer das Nämliche, ich mag z. B. 9 zu 3, oder 3 zu 9 addiren; ich zähle nun mit 3 Fingern noch 3 hinzu, indem ich sage 10, 11, 12, es gibt also 9 und 3, oder was eines ist, 3 und 9 zur Summe 12.

b) Bestehet einer der beiden Summanden aus 2 Ziffern, so ist er eine Summe von Einern, die in der Aussprache öfters zuerst genannt werden, und von Zehnern (§. 16.). Weil ich die Stellen der beiden Summanden verwechseln kann, so zähle ich allezeit die kleinere Zahl zur größern hin.

Bei der Addition kann ich aber nur gleichartige Dinge (§. 2.) in eine Summe bringen, indem sich nur diese als Theile zu einem Ganzen verbinden lassen; z. B. ich kann Gulden, und wieder Gulden als Dinge der nämlichen Art zusammenzählen, und allerdings sagen, 3 Gulden und 5 Gulden geben zur Summe 8 Gulden; hingegen aber kann ich z. B. 4 Klafter Holz nicht zu 5 Ellen Tuch addiren, weil diese Dinge ungleichartig — ganz verschieden, und also nicht Theile eines und des nämlichen Ganzen sind.

Daraus folgt nun, daß man nur Einheiten des nämlichen Ranges — Einer und wieder Einer, Zehner und wieder Zehner ꝛc. addiren könne. Weßhalb in den beiden Summanden, wovon der größere Zehner und Einer, und der kleinere nur Einer in sich begreift, die Einer zu den Einern gezählet werden; geht nun die Summe nicht über 9, so bleiben die vorigen Zehner unverändert; geht aber die Summe der Einer über 9, dann zählt man den dadurch erhaltenen Zehner zu den Zehnern, und die noch übrigen Einer nehmen in der wirklichen Summe wieder die Stelle der Einer ein.

z. B. 46 soll zu 3 addirt werden; weil der erste Summand größer ist, so kehre man die Aufgabe um, und sage: 3 soll zu 46 addirt werden; 6 und 3 bedeuten nach dem Lokalwerthe Einer, man sagt also: 6 und 3 gibt 9; weil diese Summe nicht über 9 geht, so bleiben die vorigen Zehner unverändert, also 46 und 3 gibt 49. — Soll aber z. B. 46 zu 8, also 8 zu 46 addirt werden, so sage man wieder 6 und 8 gibt 14, diese Summe geht über 9, also behält man an der Stelle der Einer nur 4, und den Zehner, da die Zahl 14, d. h., zehn und vier, die Summe der Einer ist, zählet man zu den Zehnern, die nun jetzt um einen Zehner vermehrt werden, 40 und 10 gibt 50 (4 Zehner und 1 Zehner geben 5 Zehner); um deßwillen gibt nun 46 und 8 zur Summe 54.

c) Bestehet wieder einer der beiden Summanden nur aus einem, der andere aber aus mehr als zwei Ziffern, so addirt man erstens die Einer; geht diese Summe nicht über 9, so bleiben die Zehner und alle folgenden höheren Einheiten unverändert; z. B. 458 und 1 gibt zur Summe 459, ich addire nur die Einer, 1 und 8, es bleiben die 4 Hundert und die 5 Zehner unverändert.

Geht aber die Summe der Einer über 9, so wird die Summe der Zehner um 1 Zehner vermehrt, und ginge auch die Summe der Zehner, dann die Summe der Hunderte, der Tausende 2c. über 9, so müßte auch die Summe der Hunderte, der Tausende 2c. um 1 Hundert, um 1 Tausend 2c. vergrößert werden.

In diesem Falle läßt man die Schüler die beiden Summanden anschreiben, jedoch so, daß die Einer unter die Einer, weil man eben diese zusammen zählen muß, zu stehen kommen.

Auch im vorhin benannten Falle, wo ein Summand ein, und der andere zwei Ziffern hat, kann man, wenn man es für nöthig erachtet, auf diese Weise die Summanden unter einander schreiben; indeß ist in diesem Falle, da ein Summand ein, und der andere nur zwei Ziffern hat, mittels vieler Uebung darauf zu dringen, daß die Schüler in Bälde solche Summanden, ohne sie anzuschreiben, in eine Summe zu bringen wissen,

weil sie sonst bei der Addition größerer Zahlen zu sehr aufgehalten würden.

Man soll z. B. zu 8976 die Zahl 8 addiren, man schreibt also zuerst an:

8976
8

Man zieht unten einen Strich und sagt: 8 und 6 Einer geben 14 Einer, es bleiben also noch 4 Einer, die man unten hinschreibt; ferner 1 Zehner und 7 solche geben 8 Zehner, diese schreibt man, weil es Zehner sind, an die zweite Stelle; weil nichts mehr zum Hinzählen da ist, so bleiben die Hunderte und Tausende unverändert, man erhält

8976 erster Summand
8 zweiter —
8984 ist nun die Summe.

Ein anderes Beispiel: man soll zu 9999 noch 8 addiren, man sagt also, 8 Einer, und 9 Einer geben 17 Einer, es bleiben 7 Einer, man schreibt also an die Stelle der Einer 7; dann 1 Zehner und 9 geben 10 Zehner, man schreibt an die Stelle der Zehner Null, da 10 Zehner genau 1 Hundert geben, 1 und 9 Hundert geben 10 Hundert, d. h., 1 Tausend, man schreibt Null; 1 Tausend und 9 geben 10 Tausend, man schreibt links 10 ganz aus, weil keine höheren Einheiten mehr folgen, man erhält:

9999 erster Summand
8 zweiter —
10.007 Summe.

Da man die Einer immer auch in der Summe an die erste Stelle, die Zehner von der rechten zur linken Seite an die zweite, die Hunderte an die dritte Stelle ꝛc. schreibt, so läßt man, während man jederzeit bei der rechten Seite anfangen muß, die Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc." ganz weg; man sagt demnach viel kürzer:

8 und 9 ist 17, schreib' 7, behalt' 1; 1 und 9 ist 10, schreib' 0, behalt' 1; 1 und 9 ist 10, schreib' 0, behalt' 1; endlich 1 und 9 ist 10, das nun ganz links hingeschrieben wird.

Endlich d) bestehen beide Summanden aus mehreren Ziffern, so beobachte man folgende Regeln:

1) Schreibe man sie so unter einander, daß die Einheiten des nämlichen Ranges, also Einer unter Einer, Zehner unter Zehner rc. zu stehen kommen, und ziehe unten nach dem letzten Summanden von der linken zur rechten Seite einen Strich;

2) Fange man rechts an, und zähle allererst die Einer, nach diesen die Zehner, nach diesen die Hunderte rc. zusammen, und schreibe die Einer unter dem Striche an die Stelle der Einer, die Zehner an die Stelle der Zehner rc.; — wo man immer eine Summe über 9 erhält, zähle man 1 zu den nächst höheren Einheiten, während man die übrig gebliebenen Einheiten unten hinschreibt;

3) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis links zum Addiren keine Ziffern mehr da sind, wo dann die letzte Summe ganz ausgeschrieben wird.

Aus dem Begriffe von der Null, und aus der Additions-Tabelle ist es schon ersichtlich, daß z. B. $0 + 9$ oder $9 + 0$ keine andere Summe als 9 geben könne; die 0 vermehrt nichts, wenn man sie zu Zahlziffern addirt, und $0 + 0$ ist wieder 0, weil die Null Nichts ausdrückt, und nur da ist, um gewiße Stellen, wofür keine Einheiten vorkommen, auszufüllen (§. 12.), z. B. man soll 238'349.506 zu 1'098.503 addiren.

Man schreibt 1) diese beiden Summanden so unter einander, daß die Einheiten des nämlichen Ranges und der nämlichen Benennung unter einander zu stehen kommen, und zieht unten einen Strich;

```
238'349.506
  1'098.503
-----------
```

2) Nun fängt man rechts an, und sagt, 6 und 3 gibt 9, diese Summe, da sie Einer in sich begreift, schreibt man wieder unten rechts an die Stelle der Einer;

238'349.506
1'098.503
9

3) 0 und 0 gemäß dem eben Gesagten gibt 0, man schreibt also auch eine Null an die Stelle der Zehner;

238'349.506
1'098.503
09

4) 5 und 5 gibt zur Summe 10, da dieß 10 Hunderte sind, indem man an der dritten Stelle Hunderte hat, und 10 Hunderte genau 1 Tausend geben, so schreibe man Null unten an die dritte Stelle, und 1 Tausend, oder kürzer 1 addire man zu den nächstfolgenden Einheiten, man sagt daher: „schreib' Null (0), behalt' 1";

238'349.503
1'098.503
009

5) 1 und 8 ist 9, und wieder 9 ist 18; da man hier Tausende addirte, so hat man nun zur Summe 18 Tansend, diese geben 10 Tansend, und 8 Tausend bleiben noch übrig, man schreibe also 8 an die Stelle der Tausende, und 1, d. i., ein Zehner der Tausende zähle man zu den Zehnern der Tausende;

238'349.506
1'098.503
8.009

6) 1 und 9 ist 10, und 4 ist 14, man schreibe also 4 an die Stelle der Zehntausende, und behalte 1;

238'349.506
1'098.503
48.009

7) 1 und 0 gibt 1, und 3 gibt 4. — Da erhält man die nächst höhere Einheit nicht, um sie zu den Ziffern der nächsten Stelle zu zählen; man schreibe also bloß an die Stelle der Hunderttausende das Ziffer 4;

238'349.506
1'098.503
448.009

8) 1 und 8 ist 9, man schreibe also 9 an die Stelle der Einer der Millionen;

238'349.506
1'098.503
9'448.009

9) Im untern Summanden kommen keine Zehner, und Hunderte der Millionen vor, indem die Stellen ganz leer sind, man schreibe also 3 und 2 unverändert herunter, auf diese Weise hat man die ganze verlangte Summe;

238'349.506 erster Summand
1'098.503 zweiter —
239'448.009 Summe.

§. 28.

B) Regeln der Addition für jene Fälle, wo was immer für Summanden vorkommen.

Hat man wie immer mehrere Summanden, mithin was immer für Zahlen zu addiren, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Schreibe man die Summanden gehörig nach ihrem Lokalwerthe so unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc., und überhaupt immer die Einheiten der nämlichen Ordnung unter einander zu stehen kommen, und ziehe dann unten einen Strich;

2) Fange man rechts bei den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und zähle alle an der Stelle der Einer stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe zusammen; geht ihre Summe nicht über 9, so hat man für die folgende Stelle nichts zu behalten; geht sie über 9, so schreibe man nur die Einer an, und die Zehner zähle man

zu den an der nächsten Stelle stehenden Zehnern; würde die Summe größer als 99, und also mit 3 Ziffern zu schreiben sein, so schreibe man nur unten die Einer an, und die Zehner addire man wieder zu den Zehnern, z. B. man erhalte zur Summe der Einer 9, oder 68, oder endlich 128; im ersten Falle schreibe man bloß 9 an die Stelle der Einer; im zweiten schreibe man 8 dahin und behalte 6; im dritten Falle schreibe man unten 8 und behalte 12, da dieß 12 Zehner sind, so zähle man sie zu den Zehnern, indem man sagt, 12 und &c.

3) Nun zähle man alle an der Stelle der Zehner, an der zweiten Stelle von der rechten zur linken Seite, stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe zusammen, und schreibe diese Summe, wenn sie nicht über 9 geht, unten an die Stelle der Zehner; geht aber diese Summe über 9 oder gar über 99, so denke man sich dieselbe angeschrieben, oder man schreibe sie irgend wo neben hinaus; das dadurch an die Stelle der Einer kommende Ziffer, weil es eigentlich, da man Zehner addirte, Zehner bezeichnet, schreibe man an die Stelle der Zehner, und das andere oder die beiden andern Ziffern, die nun so viele Hunderte bezeichnen, als sie sonst, wenn die Zahl wirklich nur 2 oder 3 Stellen hätte, Zehner ausdrücken würden, zähle man als eine Summe von Hunderten zu den an der dritten Stelle stehenden Hunderten; z. B. man erhält zur Summe der Zehner 58 oder 124, man schreibe also nur 8, und im zweiten Falle 4 an die Stelle der Zehner, und 5, oder aber 12 zähle man, da es Hunderte sind, an die Stelle der Hunderte, indem man sagt, 5 oder 12 und &c.

4) Wie bei den Zehnern, gerade so verfahre

man bei den Hunderten, dann bei den Tausenden, und bei allen folgenden höheren Einheiten;

5) Die letzte Summe, die man durch Zusammenzählung aller an der letzten Stelle stehenden Zahlziffern erhält, schreibe man ganz links an die schon gefundenen Ziffern der Summe hin;

6) Ist die Anzahl der Summanden groß, so wäre es zu mühsam, wenn man alle Zahlen auf einmal addiren müßte; man erleichtere sich da die Arbeit, indem man dieselben nach und nach zusammenzählet, und dann die erhaltenen einzelnen (Partial) Summen in eine Haupt- (Total) Summe bringt; z. B. es seien 50 Zahlen zu addiren, man theile sie nun in 3 beliebige Theile, und addire etwa das erstemal 16, dann wieder 16, und zuletzt noch die übrigen 18 Zahlen; die auf diese Weise erhaltenen 3 Partial-Summen bringe man in Eine Summe, so hat man für die 50 Zahlen die verlangte Summe.

Anmerkung: 1) Dadurch, daß man die Ziffern auf die angegebene Weise unter einander schreibt, verschafft man sich den Vortheil, daß die in eine Summe zu bringenden Ziffern, die nämlich Einheiten der nämlichen Ordnung bezeichnen, in eine Linie von oben nach unten zu stehen kommen, wodurch man der Gefahr nicht mehr ausgesetzt ist, aus Versehen Ziffern zusammen zu zählen, die in Betreff ihres Lokalwerthes nicht zusammen gezählt werden können.

Aus diesem Grunde ist es bei vielen und großen Summanden immer nothwendig, daß man sie allererst gehörig unter einander schreibe. Würde dieses, wenn man nämlich nur einige kleine Summanden addiren sollte, nicht geschehen, so müßte vorzüglich darauf Acht gegeben werden, daß immer die Einer zu den Einern, die Zehner zu den Zehnern ꝛc. gezählet werden; weil nach §. 27. nur Einheiten der nämlichen Ordnung, und somit auch der nämlichen Benennung, als Einer und Einer, Zehner und Zehner ꝛc. in eine Summe gebracht, und somit als Theile zu einem Ganzen verbunden werden können.

2) Ueber das Kopfrechnen in Absicht auf die vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen wird am Ende dieses Theiles eine Anleitung in der Gestalt eines Anhanges

beigefügt werden; wovon der Lehrer beim Vortrage einer jeden Rechnungsart den geeigneten Gebrauch machen kann.

§. 29.

Beispiel.

Man solle diese 4 Zahlen addiren „9876 + 8504 + 7880 + 9096.“

1) Nach dem vorigen §. schreibe man diese Summanden unter einander, und mache einen Strich;

9876
8504
7880
9096
————

2) Man fange rechts an, und sage, 6 und 4 (die Null umgeht man gleich, weil sie auch addirt die vorige Zahl wieder gibt) gibt 10, und 6 ist 16; man schreibe 6, und behalte 1;

9876
8504
7880
9096
————
6

3) 1 und 9 ist 10, und 8 ist 18, und 7 ist 25; man schreibe 5, behalte 2;

9876
8504
7880
9096
————
56

4) 2 und 8 ist 10, und 5 ist 15, und 8 ist 23; man schreibe 3, behalte 2;

9876
8504
7880
9096
————
356

5) 2 und 9 ist 11, und 7 ist 18, und 8 ist 26,

und 9 ist 35; dieß weil es die letzte Summe ist, schreibe man ganz aus;

9876 }
8504 }
7880 } Summanden.
9096 }

35.356 Summe.

Anmerkung: Die eigentliche Probe der Addition wird durch Hilfe der Subtraktion gemacht, die somit jetzt noch nicht angegeben werden kann. Will man sich indessen schon jetzt von der Richtigkeit der gefundenen Summe überzeugen, so darf man nur, wenn man anfangs von unten nach oben addirt hat, auch noch die Zusammenzählung von oben nach unten mit Berücksichtigung der eben vorgeschriebenen Regeln vornehmen; erhält man beiderseits das Nämliche, so hat man keinen Fehler begangen, weil man (§. 27.) die Summanden in beliebiger Ordnung addiren, also ihre Stellen verwechseln darf, und es nicht wohl wahrscheinlich ist, daß man zweimal so fehlen sollte, daß der zweite Fehler den ersten ganz wieder aufheben würde.

§. 30.

Beweis für die Richtigkeit der angegebenen Additions-Regeln.

1) Wenn man die im §. 27. angeführte Additions-Tabelle etwas genauer betrachtet, so wird man die Richtigkeit derselben gleich einsehen, da es z. B. heißt, 1 und 1 gibt 2, 1 und 2 gibt 3, 1 und 3 gibt 4 rc.; bedient man sich hingegen, wie es in diesem §. bemerkt wurde, körperlicher Gegenstände, um die Sache anschaulich zu machen, so wird man eben so wenig Anstand finden, einzusehen, daß, wenn ich z. B. 5 Dinge habe, und ich noch 3 hinzusetze, alsdann 8 bekommen müsse.

2) Schreibt man aber, wenn die Summanden aus mehreren Ziffern bestehen, nach den §§. 27 und 28. die Summanden gehörig unter einander, so werden zuerst alle Einer, dann alle Zehner, dann alle Hunderte rc. in eine Summe gebracht.

3) Es ist aber nach §. 14. jede Zahl eine Summe — ein Inbegriff von Einern, von Zehnern, von Hun-

Hunderten ꝛc., und nach dem zweiten Grundsatze des §. 10. ist das Ganze allen seinen Theilen zusammen genommen gleich.

4) Ferner nach dem I. Grundsatze der Addition (§. 25.) gibt Gleiches zu Gleichem addirt wieder Gleiches.

5) Es werden also alle Summanden addirt sein, wenn man alle Theile derselben, d. h., alle Einer, alle Zehner, alle Hunderte ꝛc. in eine Summe bringt.

6) Nun aber addirt man zufolge der aufgestellten Regeln wirklich zuerst alle Einer, dann alle Zehner ꝛc. der Summanden; man erhält also zuletzt eine Zahl, die aus allen Einern, Zehnern ꝛc. der gegebenen Summanden besteht, und somit denselben zusammen genommen gleich ist.

7) Eine solche Zahl finden, heißt nach dem aufgestellten Begriffe von der Addition (§. 24. a.) mehrere Zahlen addiren — in eine Summe bringen.

8) Also wird nach den angeführten Regeln die verlangte Summe wirklich gefunden.

9) Theilt man aber nach dem §. 28. Nro. 6. die Anzahl der Summanden in mehrere Theile, und verfährt man somit nach der sechsten Regel dieses §., so ist in dem erwähnten Falle die erste Partial-Summe eben so groß, wie die ersten 16 Summanden zusammen; die zweite Partial-Summe ist gleich den andern 16 Summanden, und die letzte ist gleich den letzten 18 Summanden zusammen genommen; ferner Gleiches zu Gleichem addirt gibt Gleiches (§. 25. I.); also ist die ganze Summe, die man durch Zusammenzählung der Partial-Summen erhält, eben so groß, als alle anfangs gegebenen Zahlen zusammen genommen, man hat also diese letztern wirklich addirt — in eine Summe gebracht.

§. 31.

Wiederholung in Fragen.

1) Was versteht man unter dem Ausdrucke „Addition?“ 2) Was heißt Addiren, was ist Summe, Summand, und welches Zeichen nennt man das Additions-

Zeichen? 3) Wie werden die Summanden, die Summe, und das Addiren noch genannt? 4) Woher kommen diese Worte „Summe, Summand, Addiren, und Addition?“ 5) Wie wird das Additionszeichen gelesen? 6) Wie heißen die Grundsätze der Addition? 7) Wie kann man Zahlen addiren, die nur mit einem Ziffer geschrieben werden? 8) Wie ist die Sache anzugehen, wenn man mehrere Zahlen, und was ist zu thun, wenn man sehr viele Zahlen addiren soll? 9) Warum können nur Einheiten der nämlichen Benennung, als Einer, dann nur Zehner ꝛc. zusammen gezählet werden? 10) Was hat man für einen Vortheil, wenn man die Summanden gehörig unter einander schreibet? 11) Warum gibt 0 und 0 wieder Null, und warum wird die Summe nicht größer, wenn ich zu derselben Nullen hinzähle? 12) Welche Probe der Addition erhält man dadurch, daß man die Summanden in beliebiger Ordnung addiren kann?

§. 32.

Beispiele zur Uebung.

I.

Welche Summe erhält man, wenn man alle in der natürlichen Ordnung fortlaufende Zahlen, von 1 angefangen, bis 50 addirt?

II.

Wie groß ist der Flächen-Inhalt sämmtlicher jetzt bekannter Erdtheile, wenn Europa 170.000 Quadratmeilen ꝛc. (man sehe §. 23. II. Beispiel) in sich begreift?

III.

Die Halbinsel Italien wird in Oberitalien, Mittelitalien und Unteritalien abgetheilt.

Oberitalien begreift in sich das lombardisch-venetianische Königreich mit 4'000.000 Menschen auf 787 deutschen Quadratmeilen, dann die königlich sardinischen Staaten mit 3'500.000 Menschen auf 1400 deutschen Quadratmeilen, und die drei Herzogthümer Parma, Modena und

Massa mit 524.000 Menschen auf 156 deutschen Quadratmeilen.

Mittelitalien enthält das Herzogthum Lucca mit 66.000 Menschen auf 18 deutschen Quadratmeilen, das Großherzogthum Toscana mit 1'220.000 Menschen auf 450 deutschen Quadratmeilen, und den Kirchenstaat mit 2'200.000 Menschen auf 770 deutschen Quadratmeilen.

Endlich Unteritalien begreift in sich das Königreich Neapel mit 5'000.000 Menschen auf 1300 deutschen Quadratmeilen.

Es ist nun die Frage: Welche Größe hat die ganze Halbinsel Italien, und wie groß ist die Anzahl aller Einwohner dieses Landes?

IV.

Die süddeutschen Miszellen enthalten im Dezember 1811 über die Größe und die Bevölkerung von Spanien vor dem Ausbruche des Insurrektionskrieges nachstehende vom Jahre 1788 hergenommene Angaben:

	Größe in □ M.	Einw.
1) Andalusien . .	2616 .	1'829.106
2) Gallizien . .	835 .	1'350.000
3) Alt-Castilien . .	1869 .	1'190.180
4) Neu-Castilien . .	1421 .	940.649
5) Catalonien . .	1060 .	814.412
6) Valencia . . .	760 .	783.084
7) Leon . . .	1479 .	665.432
8) Arragonien . .	1386 .	623.308
9) Estremadura . .	1188 .	416.922
10) Asturien . . .	348 .	350.000
11) Murcia . . .	800 .	337.689
12) Biscaya . . .	245 .	307.758
13) Navarra . . .	315 .	287.382
14) Mancha . . .	772 .	206.160

Welche Größe, und wie viele Einwohner hat nun Spanien nach dieser Angabe?

V.

Wie groß ist die Bevölkerung sämmtlicher im I. Beispiele des §. 23. angeführten Städte?

III. Abschnitt.

Von der Abziehung — Subtraktion.

§. 33.

Erklärungen.

a) **Unterschied zweier Zahlen** — oder **Differenz** (von Differentia — Unterschied) wird jene Zahl genannt, welche angibt, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist, als die andere; z. B. 3 ist die **Differenz** der beiden Zahlen 6 und 9, weil 6 um 3 kleiner ist als 9, oder umgekehrt, weil 9 um 3 größer ist als 6.

b) **Abziehen** — **Subtrahiren** (vom latein. Verbum subtraho) heißt die Differenz zweier Zahlen finden; welche letztere dadurch zum Vorscheine kömmt, daß eine Zahl von der andern wirklich weggenommen — weggezogen wird; daher nun der Ausdruck „**Abziehen** — **Subtrahiren**"; z. B. wenn ich 6 von 9 wegziehe — wegnehme, so erhalte ich die Differenz 3, um 3 ist 6 kleiner als 9. Wenn ich nun 3 zu 6 addire, so erhalte ich wieder 9; um deßwillen heißt eine Zahl von der andern abziehen auch eben soviel, als: **eine dritte Zahl finden, welche, da sie die Differenz ist, zur ersten addirt die zweite wieder gibt.**

c) **Minuend** (von minuo — verkleinern, vermindern) heißt diejenige Zahl, von der ich eine andere subtrahiren soll.

d) **Subtrahend** — die abzuziehende Zahl (von subtraho) heißt diejenige Zahl, die man von einer andern wegzieht; z. B. wenn ich 6 von 9 wegziehe, so ist 9 der **Minuend**, und 6 der **Subtrahend**.

e) **Rest** (von resto — übrigbleiben, — Residuum) wird eben die Differenz genannt, die man erhält, wenn man den Subtrahend vom Minuend wegzieht; z. B. 6 von 9 gibt 3 zur Differenz, die nun der **Rest** genannt wird.

f) Abziehung — Subtraktion (Subtractio) ist demnach jene Rechnungsart, bei welcher zu zwei gegebenen Zahlen die Differenz gefunden wird.

g) Das Zeichen der Subtraktion (§. 9. Nro. 1. b.) ist jenes Zeichen, durch das man ausdrückt, daß eine Zahl von der andern subtrahirt werden soll; es wird auch mittelst des Wortes „abgezogen“ gelesen; den Minuend schreibt man, wenn das Zeichen ausgedrückt wird, links, und den Subtrahend rechts daran hin; z. B. 9 — 6 = 3, heißt eben soviel als: 6 von 9 abgezogen gibt 3, oder kürzer „9 weniger (minus) 6 gibt (ist äqual — gleich) 3.“

Anmerkung: Die Linie (—) kömmt auch öfters vor, um die Stelle eines bekannten Wortes zu ersetzen, wie dieses in der Tabelle des §. 35. der Fall ist. Man wird aus dem Zusammenhange der Sätze immer leicht ermessen, ob der Strich (—) als Subtraktionszeichen, oder in einer anderen Bedeutung vorkömmt.

§. 34.

Grundsätze der Subtraktion.

I) Gleiches von Gleichem subtrahirt gibt wieder Gleiches;

z. B. 8 = 8, und 5 = 5; daher ist auch 8 — 5 = 8 — 5, d. h., man erhält beiderseits wieder den nämlichen Rest 3, da 8 — 5 = 3 ist; oder

Minuend	8 = 8
Subtrahend	5 = 5
Rest	8 — 5 = 8 — 5, d. h., 3 = 3.

II) Bei gleichen Subtrahenden gibt der größere Minuend den größern Rest;

z. B. 6 > 5, und 4 = 4; daher ist 6 — 4 > 5 — 4, d. h., 2 > 1; oder

Minuend	6 > 5
Subtrahend	4 = 4
Rest	6 — 4 > 5 — 4, d. h., 2 > 1.

III) Bei gleichen Minuenden gibt der größere Subtrahend den kleinern Rest, wo nämlich mehr weggezogen wird, da bleibt auch weniger übrig.

z. B. $8 = 8$, und $6 > 5$, also ist auch $8 - 6 < 8 - 5$, d. h. $2 < 3$; oder

Minuend	$8 = 8$	
Subtrahend	$6 > 5$	
	$8 - 6 < 8 - 5$	
Rest	$2 < 3$	

IV) Das Kleinere vom Größern abgezogen, gibt den größern Rest;

z. B. $9 > 6$, und $2 < 3$, daher ist $9 - 2 > 6 - 3$, oder $7 > 3$.

Minuend	$9 > 6$
Subtrahend	$2 < 3$
Rest	$9 - 2 > 6 - 3$, d. h., $7 > 3$.

§. 35.

A) Regeln der Subtraktion, wenn sowohl der Minuend als auch der Subtrahend nur aus einem Ziffer besteht, oder aber, wenn der Minuend 10, und der Subtrahend nicht größer als 9 ist.

In diesem Falle bediene man sich der nachstehenden Tabelle, welche die Subtraktions-Tabelle genannt wird; man findet da alle Reste, die nur immer möglich sind, wenn man Zahlen, die nicht über 9 gehen, von einander, oder von 10 subtrahirt.

Subtraktions-Tabelle.

I.			II.			III.			IV.		
0 von	0 bleibt	0	1 von	1 bleibt	0	2 von	2 bleibt	0	3 von	3 bleibt	0
0 —	1 —	1	1 —	2 —	1	2 —	3 —	1	3 —	4 —	1
0 —	2 —	2	1 —	3 —	2	2 —	4 —	2	3 —	5 —	2
0 —	3 —	3	1 —	4 —	3	2 —	5 —	3	3 —	6 —	3
0 —	4 —	4	1 —	5 —	4	2 —	6 —	4	3 —	7 —	4
0 —	5 —	5	1 —	6 —	5	2 —	7 —	5	3 —	8 —	5
0 —	6 —	6	1 —	7 —	6	2 —	8 —	6	3 —	9 —	6
0 —	7 —	7	1 —	8 —	7	2 —	9 —	7	3 —	10 —	7
0 —	8 —	8	1 —	9 —	8	2 —	10 —	8			
0 —	9 —	9	1 —	10 —	9						

V.	VI.	VII.
4 von 4 bleibt 0	5 von 5 bleibt 0	6 von 6 bleibt 0
4 — 5 — 1	5 — 6 — 1	6 — 7 — 1
4 — 6 — 2	5 — 7 — 2	6 — 8 — 2
4 — 7 — 3	5 — 8 — 3	6 — 9 — 3
4 — 8 — 4	5 — 9 — 4	6 — 10 — 4
4 — 9 — 5	5 — 10 — 5	
4 — 10 — 6		

VIII.	IX.	X.
7 von 7 bleibt 0	8 von 8 bleibt 0	9 von 9 bleibt 0
7 — 8 — 1	8 — 9 — 1	9 — 10 — 1
7 — 9 — 2	8 — 10 — 2	
7 — 10 — 3		

Man soll z. B. 5 von 8 subtrahiren, man findet in dieser Tabelle bei VI., daß 5 von 8 zum Reste die Zahl 3 gibt.

Diese Tabelle lasse man nun die Schüler, damit sie sich beim Abziehen der ersten Zahlen eine Fertigkeit erwerben, auswendig lernen, während man sich zugleich körperlicher Gegenstände bedient, um die Sache anschaulich zu machen; wenn ich z. B. 9 Dinge habe, und dann 4 davon wegnehme, so werde ich offenbar sehen, daß nun noch 5 übrig bleiben, daher sage ich: 4 von 9 subtrahirt gibt 5 zum Reste, oder kürzer: 4 von 9 bleibt 5.

§. 36.

B) Subtraktions-Regeln für jene Fälle, wo der Subtrahend aus einem, und der Minuend aus mehreren Ziffern besteht.

In diesem Falle beobachte man folgende Regeln:

1) Gleichwie (§. 27.) nur gleichartige Dinge zu einander addirt werden können, eben so können auch nur Einheiten der nämlichen Ordnung und Benennung von einander, also nur Einer von Einern, Zehner von Zehnern ꝛc. abgezogen werden, weil nur diese als Theile zu einem Ganzen verbun-

den, also auch von demselben wieder getrennt werden können.

Deßwegen schreibe man allererst den Minuend (diejenige Zahl, von der man die andere wegziehen soll) oben hin, und unter die Einer desselben, also rechts unten an die erste Stelle den Subtrahend, der im vorliegenden Falle nur ein Ziffer hat, und ziehe dann unten einen Strich;

2) Ist nun a) das unten stehende Ziffer kleiner, als das oben ebenfalls an der Stelle der Einer stehende, so ziehe man ab, und setze den Rest unten an die Stelle der Einer.

Da an den übrigen Stellen des Subtrahends zur linken Seite hin keine Zahlzeichen mehr stehen, so kann auch nichts mehr abgezogen werden; man schreibe also die übrigen Ziffern des Minuends unverändert an jene Stellen, wo sie nach ihrem Lokalwerthe hingehören.

Man soll z. B. 4 von 8756 abziehen; hier ist nun 8756 der Minuend, und 4 der Subtrahend; man schreibe also den Minuend oben, und den Subtrahend darunter hin, und ziehe den Strich:

Minuend	8756
Subtrahend	4

Nun sage man: 4 Einer von 6 Einern, oder kürzer: 4 von 6 bleibt 2, und schreibe 2 unten rechts an die Stelle der Einer; ferner 5, 7 und 8 bleiben unverändert, weil unten keine Ziffern mehr sind, die man davon subtrahiren könnte, man schreibt sie also unverändert herunter, und zwar 5 an die zweite, 7 an die dritte, und 8 an die vierte Stelle von der rechten zur linken Seite, weil 5 nach dem Lokalwerthe Zehner, 7 nach diesem Hunderte rc. bezeichnet:

Minuend	8756
Subtrahend	4
Rest	8752

Man erhält, daß 4 von 8756 abgezogen zum Reste 8752 gibt, oder 8756 — 4 = 8752.

b) Sind die beiden, an der Stelle der Einer stehenden Ziffern gleich, so ist ihre Differenz Null; wenn man sie also von einander subtrahirt, so ist der Rest gleich Null; diese schreibt man, um die Stellen der Einer auszufüllen, rechts an die erste Stelle, während, wie vorhin, die übrigen Ziffern nach ihrem Lokalwerthe unverändert herunter kommen.

Man soll z. B. 8 von 5468 subtrahiren:

Minuend	5468
Subtrahend	8
Rest	5460

Es gibt also 8 von 5468 abgezogen zum Reste 5460, oder 5468 — 8 = 5460.

c) Wäre das oben stehende Ziffer der Einer kleiner, als das andere unten, so muß man von dem nächstfolgenden Ziffer 1 entlehnen; dieses 1 ist im Grunde ein Zehner, weil jedes folgende Ziffer von der rechten zur linken Seite einen zehnmal größern Werth hat (§. 14.); man hat demnach 10 Einer entlehnt, diese rechnet man zu den schon oben vorhandenen Einern, und subtrahirt davon die unten stehenden Einer; zugleich bemerkt man es oben an der zweiten Stelle mit einem Punkte (˙), zum Zeichen, daß man 1 (einen Zehner) entlehnt hat.

Man soll z. B. 9 von 658 abziehen:

Minuend	658
Subtrahend	9

8 ist kleiner als 9, also entlehne ich von 5 einen Zehner; ein Zehner hat 10 Einer und 8 dazu gibt 18 Einer, nimmt man 9 Einer davon, so bleiben noch 9; man sagt also: 9 von 8 kann ich nicht, also entlehne

ich 1 (einen Zehner) und sage nun: 9 von 18 bleibt 9; weil man unten keine Ziffern mehr hat, so schreibt man 4 (weil man von 5 Zehnern 1 Zehner entlehnte), und 6 unverändert herab:

Minuend	658
Subtrahend	9
Rest	649

Es ist also 658 — 9 = 649.

Würde an der zweiten Stelle 1 sein, so würde, wie man 1 entlehnen müßte, dahin eine Null gedacht werden müssen; würde aber an der zweiten Stelle Null, oder würden an noch mehreren Stellen Nullen sein, so müßten dann die Einer von den Zehnern, die Zehner von den Hunderten ꝛc. entlehnen; dann hat man immer dort, wo man 1 entlehnte, auch um 1 weniger. Z. B. 9 soll man von 718 subtrahiren:

Minuend	718
Subtrahend	9
Rest	709

Oder aber z. B. 4 soll man von 10.000 subtrahiren; 4 von 0 kann ich nicht abziehen, also entlehne ich 1 (einen Zehner), und sage: 4 Einer von 10 Einern bleiben 6 Einer, ich schreibe also unten 6 hin; weil aber keine Zehner, keine Hunderte, keine Einer der Tausende da sind, so muß man 1 Zehner von den Zehnern der Tausende entlehnen, es bleibt also da nichts mehr zurück, weil nur einmal 10 Tausend da ist; von den an die Stelle der Tausende kommenden 10 Tausenden nimmt man 1 Tausend für die Stelle der Hunderte, von diesen ein Hundert für die Stelle der Zehner, und von diesen einen Zehner für die Stelle der Einer, man erhält:

Minuend	10.000
Subtrahend	4
Rest	9.996

In solchen Fällen ist die kürzeste Regel diese:

Ist ein Ziffer von einer Null abzuziehen, und

man hat von dieser noch nichts entlehnet, so entlehne man 1 von der nächsten Stelle, und betrachte sie nun als 10; hat man aber von der Null schon 1 entlehnt, so ist sie, weil man von ihr 1 entlehnt hat, nur mehr 9.

Daß 0 von 0 abgezogen wieder 0 gibt, oder 0 — 0 = 0, und daß z. B. 0 von 6 wieder 6 gibt, oder 6 — 0 = 6, ist aus dem ersichtlich, was in Absicht auf die Null in dem §. 12. bemerkt wurde.

§. 37.

C) Regeln, wenn sowohl der Minuend, als auch der Subtrahend aus mehreren Ziffern besteht.

1) Schreibe man den Subtrahend unter den Minuend so, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. also immer die Einheiten des nämlichen Ranges unter einander zu stehen kommen, und ziehe unten einen Strich;

2) Fange man rechts an, und subtrahire die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern, die Hunderte von den Hunderten ꝛc. und so immer die Einheiten des nämlichen Ranges von einander;

3) Ereignet es sich, daß man das nämliche Ziffer von sich selbst, z. B. 6 von 6 subtrahiren soll, so bleibt nichts übrig, man schreibe also unten in dem Reste eine Null;

4) Ist ein größeres Ziffer von einem kleinern abzuziehen, so entlehne man von der nächstfolgenden Klasse 1, das dann wie 10 anzusehen ist, und verfahre dann nach den im vorigen §. angegebenen Vorschriften;

5) Den Rest der Einer, der Zehner, der Hunderte ꝛc. schreibe man jedesmal wieder an die Stelle der Einer, der Zehner, der Hunderte ꝛc., und lasse

dagegen bei der wirklichen Subtraction die Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. ganz weg, indem man die Ziffern bloß nach ihrem natürlichen Werthe von einander abzieht;

6) Würde der Subtrahend zuletzt links keine Ziffern mehr haben, so schreibe man, da man nichts mehr zu subtrahiren hat, die noch übrigen Ziffern des Minuends an ihre gehörigen Stellen herunter, wodurch dann die ganze Subtraktion beendet ist.

Es kann bei der Subtraktion auch jener Fall eintreten, daß der Minuend, oder der Subtrahend, oder beide zugleich aus mehreren Zahlen bestehen; wo nun folgende Regeln zu beobachten sind:

a) Alle Zahlen, die zum Minuend gehören, bringe man nach §. 28. als Theile desselben in eine Summe;

b) Eben so addire man alle Theile des Subtrahends; und

c) subtrahire nun diese letztere Summe, welche den ganzen Subtrahend ausmacht, von der ersteren Summe, welche der ganze Minuend ist.

Anmerkung. 1) In der gemeinen Arithmetik kann der Subtrahend nie größer sein, als der Minuend, weil sonst die Differenz negativ würde, wovon an diesem Orte noch keine Rede sein kann.

2) Wenn ich sage: der Minuend und Subtrahend besteht aus mehreren Ziffern, so will ich dadurch jenen Fall bezeichnen, wo der Minuend eine einzige, und der Subtrahend nur eine Zahl ist, wo aber diese beiden Zahlen mit mehreren Ziffern zu schreiben, und somit größer als 9 sind.

§. 38.

Anwendung dieser Regeln.

I. Beispiel.

Man soll von 129.042 die Zahl 8.756 abziehen.

Auflösung:

1) Schreibe man den Subtrahend unter den Minuend, und mache den Strich:

Minuend	129.042
Subtrahend	8.756

2) Sage man 6 von 2, dieß kann man nicht, also entlehne man 1 (einen Zehner) und sagt, weil man nun 10 Einer und 2 Einer hat, 6 von 12 bleibt 6, man schreibt also 6 unter den Strich rechts, indem man auch bei der rechten Seite das Subtrahiren angefangen hat:

```
 129.042
   8.756
 -------
       6
```

3) Oben, weil man 1 (einen Zehner) entlehnte, hat man an der Stelle der Zehner nur mehr das Ziffer 3, daher sagt man 5 von 3 kann man nicht (abziehen), man entlehnet also von der dritten Stelle 1 (ein Hundert, das 10 Zehner hat, und sagt nun (da 3 Zehner und 10 Zehner 13 Zehner geben), 5 von 13 bleibt 8, dieses Ziffer schreibt man an die Stelle der Zehner, da 8 eigentlich 8 Zehner bedeutet:

```
 129.042
   8.756
 -------
      86
```

4) 7 von 9 (denn 1 Hundert ist schon für die Zehner weggenommen, und dadurch von der Null schon 1 entlehnt worden) bleibt 2, dieses Ziffer schreibt man, da es Hunderte bezeichnet, an die dritte Stelle:

```
 129.042
   8.756
 -------
     286
```

5) 8 von 8 bleibt 0, 0 schreibt man an die Stelle der Tausende:

	129.042
	8.756
	0.286

6) 2 und 1 schreibt man unverändert herunter:

Minuend	129.042
Subtrahend	8.756
Rest	120.286

Es ist also 129.042 — 8.756 = 120.286.

II. Beispiel.

Man soll 34.576 von 400.006 subtrahiren.

Auflösung:

1) Schreibt man den Minuend oben, und den Subtrahend unten hin, und zieht den Strich:

Minuend	400.006
Subtrahend	34.576

2) Sagt man: 6 von 6 bleibt nichts, daher schreibt man unten eine Null; ferner soll man nun der Ordnung nach die Ziffern 7, 5, 4, und 3 von den oben stehenden Nullen abziehen; diese bedeuten aber, daß keine Zehner, Hunderte, Tausende und Zehntausende da sind; man entlehnt also 1 an der sechsten Stelle, welches Hunderttausend ist, und also 10 Zehner der Tausende ausmacht, davon nimmt man 1, d. i., 10 Tausend für die vierte Stelle, dann 1, d. i., Tausend, oder zehn Hundert für die dritte Stelle, endlich nimmt man davon 1, d. i., zehn Zehner für die zweite Stelle.

Man sagt demnach 7 von 10 (7 Zehner von 10 Zehnern) gibt 3 (Zehner); dann eben so 5 von 9 bleibt 4, 4 von 9 bleibt 5, 3 von 9 bleibt 6, und 3 schreibt man dann unverändert herab, man erhält:

Minuend	400.006
Subtrahend	34.576
Rest	365.430

Es ist also 400.006 — 34.576 = 365.430.

III. Beispiel.

Der Minuend bestehe aus den 3 Zahlen „3476, 8003 und 4522," der Subtrahend aber aus den Zahlen „2149, 6129 und 1842"; — welchen Rest erhält man nun, wenn man wirklich subtrahirt?

Auflösung:

1) Nach §. 28. bringe man alle Theile des Minuends in eine Summe, man erhält: (3476 + 8003 + 4522) = 16.001.

2) Eben so auch alle Theile des Subtrahends, man erhält: (2149 + 6129 + 1842) = 10.120.

3) Nach §. 37. ziehe man nun den ganzen Subtrahend vom ganzen Minuend ab:

Ganzer Minuend	16.001
— Subtrahend	10.120
Rest	5.881

Man erhält also, daß (3476 + 8003 + 4522) — (2149 + 6129 + 1842 = 16.001 — 10.120 = 5881.

Anmerkung: Dadurch, daß man die Ziffern auf die angegebene Weise unter einander schreibt, kommen die Einer, die Zehner ꝛc. unter einander; nun muß man aber eben die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern ꝛc. subtrahiren; um deßwillen ist es vortheilhaft, und bei Anfängern nothwendig, daß man vorhin die Zahlen auf diese Weise anschreibt. Würde dieses nicht geschehen, so wäre alle Aufmerksamkeit dahin zu richten, daß immer die Einheiten des nämlichen Ranges und der nämlichen Benennung von einander subtrahirt werden.

§. 39.

Beweis für die Richtigkeit der angeführten Regeln.

1) Besteht der Minuend nur aus 1 Ziffer, oder auch aus der Zahl 10, und der Subtrahend auch aus 1 Ziffer (§. 35.), und man subtrahirt mittels der erwähnten Subtraktions-Tabelle, oder mittels körperlicher Dinge, derer Anzahl durch das Zählen bestimmt wird, so ist es schon an und für sich einleuchtend, daß

ich, wenn ich z. B. 5 von 8 wegnehme, zum Reste 3 bekommen müsse.

2) Besteht aber der Minuend aus mehreren, und der Subtrahend aus mehreren, oder auch nur aus 1 Ziffer (§§. 36, 37.), und man verfährt den angegebenen Regeln gemäß, so werden die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern ꝛc. abgezogen.

3) Jede Zahl ist eine Summe von Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. z. B. 346 ist eben so viel als: 6 und 40 und 300, d. i., diese Zahl hält in sich 6 Einer, 4 Zehner und 3 Hundert (§. 16.).

4) Gleiches von Gleichem subtrahirt gibt Gleiches (§. 34. I.), es werden also die beiden Zahlen dadurch von einander abgezogen, daß man die Einer, die Zehner ꝛc. von einander subtrahirt.

5) Weil man endlich den Rest der Einer an die Stelle der Einer, den Rest der Zehner an die Stelle der Zehner ꝛc. schreibt, so erhält man in der unterhalb des Striches stehenden Zahl die Differenz der Einer, der Zehner ꝛc. des Minuends und Subtrahends.

6) Folglich hat man die ganze Differenz des Minuends und Subtrahends, und deßwegen auch den verlangten Rest gefunden, welches nach dem im §. 33. b. von der Subtraktion aufgestellten Begriffe Subtrahiren heißt; man hat also, wenn man auf die angegebene Weise verfährt, wirklich subtrahirt.

§. 40.

Bemerkung, jede anzustellende Probe betreffend.

Was ich in Betreff der Probe schon im vorigen Abschnitte §. 29. erwähnt habe, will ich auch hier und für jede in der Folge noch anzustellende Probe bemerken, daß nämlich dieselbe nur in so ferne ein untrügliches Kennzeichen über die Richtigkeit des gefundenen Resultates ist, als sich kein zweiter Fehler eingeschlichen haben wird, wodurch der erste ganz getilgt und aufgehoben würde.

Jede Probe besteht aber darin, daß eine zweite Rechnung vorgenommen wird, wobei das zum Vorscheine kommende Resultat schon zum voraus bekannt

ist; erhält man durch eine neue, anders vorgenommene Rechnungsweise dasjenige, was man bekommen soll, so ist es, wenn nicht in allen, doch aber in den meisten Fällen ein sicheres Zeichen, daß in der ersten Rechnung kein Fehler gemacht worden ist. Würde dieses nicht eintreffen, so hat man gefehlt, entweder bei der ersten Rechnung, oder bei der Probe, oder aber bei beiden Berechnungen zugleich, wo dann die Rechnung nochmal zu wiederholen ist.

Hätte man bei einer vorliegenden Aufgabe noch einige Gründe, an der Aechtheit der Probe zu zweifeln, so darf man nur eine zweite, oder auch dritte Probe machen, um sich von der Richtigkeit seiner Arbeit ganz zu überzeugen.

Bei kleineren Aufgaben, die nicht so viel Arbeit und Anstrengung erfordern, ist man der Gefahr zu fehlen weniger ausgesetzt, und bei größeren Aufgaben wird es immer unwahrscheinlicher, daß man den nämlichen Fehler bei zwei, auf eine verschiedene Weise ausgeführten Berechnungen so machen sollte, daß doch das Bekannte wieder heraus kommen würde.

Aus dem, was ich nun eben bemerkt habe, wird man nun selbst zu ermessen im Stande sein, ob und in wie ferne die angestellte Probe die vorgenommene Berechnung prüfen, und bewähren werde.

§. 41.

Zweifache Probe der Subtraktion.

A) Durch Addition.

Nach §. 33. heißt Subtrahiren nichts anderes, als die Differenz zweier Zahlen finden; weil nun hier (§. 37. Anm. 1.) der Subtrahend nie größer ist, als der Minuend, so zeigt der zum Vorscheine kommende Rest an, um wie viel der Subtrahend kleiner ist, als der Minuend; es wird also der Rest zum Subtrahend addirt den Minuend wieder geben; daraus geht nun für die Probe folgende Regel hervor:

Man addire den Rest zum Subtrahend, und man muß, wenn die Rechnung richtig ist, den Mi-

nuend wieder bekommen; — erhält man denselben nicht wieder, so hat man irgendwo gefehlt, und die Rechnung ist wieder vorzunehmen.

Man hat im I. Beispiele des §. 38. gefunden, daß 8756 von 129.042 abgezogen zum Reste 120.286 gibt, oder:

Minuend	129.042
Subtrahend	8756
Rest	120.286

Nun zähle man den Rest zum Subtrahend; man wird den Minuend erhalten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Subtraktion erkennet:

Minuend	129.042
Subtrahend	8.756
Rest	120.286
Summe des Restes und des Subtrahends	129.042

B) Durch Subtraktion.

Weil der Rest zum Subtrahend addirt den Minuend wieder gibt, so ist der Minuend eben so groß, als der Rest und der Subtrahend zusammen genommen, und somit die Summe dieser beiden letztern (§. 24. b.); wenn man also den Rest vom Minuend abzieht, so muß man wieder den Subtrahend erhalten, weil dieser die Differenz des Minuends und des Restes ist; daraus folgt nun folgende Regel:

Man subtrahire den Rest vom Minuend, und man muß zum neuen Reste den Subtrahend erhalten.

Wenn man im II. Beispiele des §. 38. von 400.006 die Zahl 34.576 abzieht, so erhält man zum Reste 365.430; diesen Rest subtrahirt man vom Minuend 400.006, man muß zum neuen Reste 34.576 erhalten:

Minuend	400.006
Subtrahend	34.576
Rest	365.430
Der vorige Subtrahend als Rest	34.576

§. 42.

Zweifache Probe der Addition mittels der Subtraktion.

A.

Wenn man zur Probe noch einmal alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen addirt, so wird diese zweite Summe gerade um diesen kleiner, als die anfangs erhaltene Summe sein; wenn man also die zweite Summe von der ersten subtrahirt, so muß man den nicht mitgezählten Summanden erhalten; daher für die Probe der Addition nun diese Regel:

Zur Probe addire man wieder alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen, man muß, wenn man diese zweite Summe von der ersten subtrahirt, gerade jenen Summanden erhalten, den man den übrigen nicht mehr beigezählet hat.

Im §. 29. hat man 4 Zahlen addirt, und zur Summe 35.356 = (9876 + 8504 + 7880 + 9096) erhalten, oder

9876	Summanden.
8504	
7880	
9096	
35.356	erste Summe.

Nun zähle man wieder alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen, etwa des obern, den man durch einen Querstrich von den übrigen trennen kann, zusammen, und subtrahire diese Summe von der vorigen, es muß der ausgeschlossene Summand, hier 9876, als Rest herauskommen:

	9876	Summanden
	8504	
	7880	
	9096	
Erste Summe	35356	
Zweite —	25480	
	9876	als Rest wieder der obere Summand.

B.

Die zweite Probe der Addition, welche ebenfalls durch Subtraktion bewerkstelliget wird, besteht darin:

Man addirt wieder alle Summanden — aber von der linken zur rechten Seite, und zieht die jedesmalige Summe ebenfalls von der linken zur rechten Seite ab; bleibt zuletzt nichts mehr übrig, so hat man zweimal die nämliche Summe erhalten, und eben deßwegen keinen Fehler gemacht.

Diese Probe rührt daher, weil man die Summanden in beliebiger Ordnung addiren kann, und man immer die nämliche Summe erhält, da in beiden Fällen immer die Summe allen Summanden zusammen genommen gleich ist.

Die eben benannte Regel lautet nun ausführlicher so:

Hat man die links an der ersten Stelle stehenden Ziffern nach ihrem natürlichen Werthe addirt, so ziehe man sie von den unten an der nämlichen Stelle stehenden Ziffern ab, streiche diese aus, und setze rechts oben den Rest hin, wenn sich einer ergeben sollte; nun addirt man die an der folgenden Stelle stehenden Ziffern, und subtrahirt ihre Summe von dem unten an der nämlichen Stelle stehenden Ziffer, wozu aber, wenn vorhin ein Rest geblieben ist, 1 wie 10, 2 wie 20, 3 wie 30 ꝛc. da es die nächst höhere Einheit ist, zu rechnen ist. — Setzt man so dieses Verfahren von der linken zur rechten Seite fort, so muß man zuletzt 0 erhalten, d. h., es darf nichts übrig bleiben.

Im letzten Beispiele des §. 27. hat man 1'098.503 zu 238'349.506 addirt, und zur Summe 239'448.009 erhalten, oder

238'349.506	Summanden
1'098.503	
239'448.009	Summe.

Nun macht man die Probe, fängt links an, und

sagt: 2 und Nichts gibt 2, 2 von 2 hebt sich auf, den untern Zweier (2) streicht man aus; 3 und Nichts gibt 3, 3 von 3 hebt sich auf, den untern Dreier (3) streicht man aus; 1 und 8 ist 9, 9 von 9 hebt sich auf, den untern Neuner (9) streicht man aus; 0 und 3 gibt 3, 3 von 4 bleibt 1, man streicht das Ziffer 4 aus, und schreibt rechts oben 1 hin; 9 und 4 ist 13, 13 von 14 (da 1 den Werth von 10 hat, weil die höhere Einheit 10 nächst niedere Einheiten in sich begreift) bleibt 1, 4 streicht man aus, und den Rest 1 schreibt man oben neben hin; 8 und 9 ist 17, 17 von 18 bleibt 1, 8 streicht man aus, und den Rest 1 schreibt man neben hin; 5 und 5 ist 10, 10 von 10 bleibt Nichts, man streicht 0 aus; 0 und 0 gibt 0, 0 von 0 bleibt 0, man streicht unten 0 aus; 6 und 3 gibt 9, 9 von 9 gibt 0, man streicht unten 9 aus, wo nun wirklich Nichts mehr übrig bleibt:

238'349.506
1'098.503

Würde anstatt 1 ein anderer Rest, als 2, 3, 4 ꝛc., bleiben, so ist er ebenfalls immer zehnmal größer zu dem nächstfolgenden Ziffer, das die nächst niedern Einheiten ausdrückt, zu rechnen, also 2 wie 20, 3 wie 30, 4 wie 40 ꝛc.

§. 43.

Wiederholung in Fragen.

1) Was heißt dieses, eine Zahl von einer anderen subtrahiren — abziehen, und was für eine Rechnungsart versteht man unter der Subtraktion? 2) Was heißt man Minuend und Subtrahend, und welche Zahl wird die Differenz oder der Rest genannt? 3) Welches Zeichen ist das Zeichen der Subtraktion, und wie wird es gelesen? 4) Welche sind die Grundsätze der Subtraktion? 5) Auf was hat man vorzüglich zu sehen, wenn Zahlen von einander zu subtrahiren sind, die mit mehreren Ziffern geschrieben werden? 6) Wie ist die Sache anzugehen, wenn der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Theilen

bestehen? 7) Wie macht man die Probe der Subtraktion? 8) Wie wird die Probe der Addition durch Hilfe der Subtraktion gemacht?

§. 44.
Verschiedene Beispiele.

I.

Als die vereinigten Staaten von Nordamerika im Jahre 1773 gegen ihr Mutterland sich empörten, betrug ihre Bevölkerung ungefähr 2'000.000 Menschen; dagegen belief sich aber dieselbe im Jahre 1810 bis auf 7'239.903 Menschen; um wie viel hat nun die Bevölkerung von Amerika vom Jahre 1773 bis 1810 zugenommen?

II.

München, die Haupt- und Residenzstadt des Königreiches Baiern, zählt in 2100 Häusern gegen 70.000 Einwohner.

Stuttgardt, die erste Haupt- und Residenzstadt des Königreiches Würtemberg, zählt in 1800 Häusern gegen 21.000 Einwohner.

Um wie viel Häuser und Einwohner hat nun München mehr, als Stuttgardt?

III.

Nach dem geographischen Handbuche des Herrn Pfarrers Ludwig Pflaum beträgt die Bevölkerung von Augsburg, der Hauptstadt des jetzigen Oberdonau-Kreises im Königreiche Baiern, gegen 29.000 Einwohner; um wie viel hat dieselbe seit dem Anfange des 16ten Jahrhunderts abgenommen, wo Augsburg noch 80.000 Einwohner zählte?

IV.

Aus den Gold- und Silberbergwerken von Europa gewinnt man jährlich ungefähr in

	Mark Gold.	Mark Silber.
1) Rußland . . .	2.680 .	87.100
2) Schweden . . .	3 .	4.500
3) Böhmen . . .	—— .	2.400

	Mark Gold.	Mark Silber.
4) Ungarn . . .	2.600	. 80.000
5) Siebenbürgen . .	2.500	. 3.000
6) Oesterreich . .	——	. 4.560
7) Baiern . . .	118	. 4.109
8) Sachsen . . .	——	. 33.000
9) Preußen . . .	——	. 2.460
10) Frankreich . .	——	. 7.500
11) Westphalen . .	10	. 51.700

Dagegen gibt Amerika jährlich 68.850 Mark Gold, und 3'480.900 Mark Silber.

Um wie viel mehr Gold und Silber bekömmt man nun in Amerika?

V.

Von einer gewissen Armee rücken beim Anfange eines Feldzuges an Infanterie 80.760 Mann, an Kavallerie 10.040, und an Artillerie 5.030 Mann ins Feld.

Durch Gefechte, Krankheiten ꝛc. verliert die Armee an Infanterie, Kavallerie und Artillerie 28.760 Mann.

Wie stark ist jetzt noch die ganze Armee?

VI.

Die Einnahmen eines gewissen Landes betragen jährlich 24'000.000 Gulden; dagegen aber die Ausgaben 18'999.999 Gulden; — wie viel bleibt nun von der Einnahme noch übrig?

IV. Abschnitt.

Von der Multiplikation.

§. 45.

Erklärungen.

a) Eine Zahl mit einer andern **multipliziren** (von multiplico — vermehren) heißt die erste Zahl so oft setzen, als es die andere anzeigt; z. B. 6 mit 4 multipliziren heißt 6 **viermal** setzen, wodurch man 24 erhält.

I. **Zusatz**: Bei ganzen Zahlen ist das Multipliziren eine **einfachere Addition**; anstatt daß man die nämliche Zahl mehrmal zu sich selbst addirt, multiplizirt man sie mit einer Zahl, die so viele Einheiten enthält, als oft jene Zahl zu sich addirt werden müßte; z. B. anstatt daß ich sage „8 + 8 + 8", sage ich kürzer: **dreimal** 8, oder 8 mit 3 multiplizirt, gibt 24."

II. **Zusatz**: Wird Null (0) mit einer Zahl multiplizirt, so erhält man wieder Null (0); z. B. „0 mit 6 multiplizirt gibt wieder 0"; weil 0 mit einer Zahl multipliziren eben so viel heißt, als die Null **so oft setzen**, als es die andere Zahl anzeigt, wodurch man immer wieder Null bekömmt.

III. **Zusatz**: Wird eine Zahl mit Null (0) multiplizirt, so erhält man wieder Null, weil da die erste Zahl **nullmal**, d. h., **niemal**, zu setzen ist; z. B. 6 mit 0 multiplizirt gibt 0.

IV. **Zusatz**: Wird eine Zahl mit 1 multiplizirt, so bleibt die erste Zahl unverändert, weil sie da nur **einmal** gesetzt wird; z. B. 4 multiplizirt mit 1 gibt wieder 4.

V. **Zusatz**: Wird 1 mit einer Zahl multiplizirt, so erhält man diese zweite Zahl zum Produkte, weil da 1 **so oft** gesetzt wird, als die andere Zahl Einheiten hat; z. B. 1 mit 5 multiplizirt gibt 5, weil da 1 **fünfmal** genommen — gesetzt wird.

b) **Multiplikand** (von multiplico) heißt jene

Zahl, die man mit einer andern multiplizirt, und **Multiplikator** wird jene Zahl genannt, welche anzeigt, wie oft der Multiplikand zu setzen ist; z. B. wenn ich 6 mit 4 multiplizire, so ist 6 der **Multiplikand**, und 4 der **Multiplikator**.

Multiplikand ist demnach diejenige Zahl, die man so oft setzt, als es die andere anzeigt; — und **Multiplikator** ist jene Zahl, die ausdrückt, wie oft die erste gesetzt werden soll.

c) Der Multiplikand, und der Multiplikator werden auch **Faktoren** (von facio — machen) genannt; im vorigen Beispiele sind 6 und 4 die **Faktoren**; darunter versteht man immer solche Zahlen, die mit einander zu multipliziren sind.

d) **Produkt** (Productum — von produco, hervorbringen) wird jene Zahl genannt, die man erhält, wenn man die Faktoren wirklich mit einander multiplizirt; z. B. 24 ist das **Produkt** der beiden Faktoren 6 und 4, weil 6 mit 4 multiplizirt 24 gibt.

e) **Multiplikation** (von Multiplicatio — Vermehrung) ist jene Rechnungsart, wodurch man aus den gegebenen Faktoren das verlangte Produkt erhält.

f) Die Multiplikation wird durch ein stehendes Kreuz (×) oder durch einen Punkt (.) angezeigt, daher sind diese beiden Zeichen „(×) und (.)“ **Zeichen der Multiplikation**; z. B. „6 × 4“, oder „6 . 4“ heißt: 6 soll mit 4 multiplizirt werden, und wird gelesen „6 **multiplizirt** mit 4.“

Wenn aber einer der Faktoren, oder beide aus mehreren Zahlen bestehen, so schließt man die zu einem Faktor gehörigen Theile durch diese beiden Einklammerungszeichen „( )“ ein; z. B. man soll die Summe „3 + 4“ durch die Summe „5 + 6“ multipliziren, man schreibt daher „(3 + 4) × (5 + 6)“, oder „(3 + 4) . (5 + 6)“, oder auch (3 + 4) (5 + 6)“.

Auch bei den übrigen drei Rechnungsarten bedient man sich dieser Einklammerung, wo aber immer das Zeichen der jedesmal in Anwendung zubringenden Rechnungsart beizubehalten ist, indem davon nur die Multiplikation eine Ausnahme macht.

Diese Bezeichnungsweise findet man am Ende des

dritten Beispieles des §. 38.; dieselbe wird in der Folge noch öfters vorkommen.

Der Ausdruck „Multiplizieren — Vermehren“ kömmt daher, weil man bei ganzen Zahlen mehrentheils, wiewohl nicht immer (II. III. und IV. Zus. dieses §.) ein Produkt erhält, das größer ist, als der anfangs gegebene Multiplikand.

Die in den Zusätzen II — V. ausgedrückten Regeln werden nach den bei c und d gegebenen Erklärungen kürzer auf folgende Weise ausgedrückt: „Ist einer der Faktoren Null (0), so ist auch das Produkt Null, — ist aber die Zahl 1 einer der beiden Faktoren, dann wird das Produkt so groß, wie der andere Faktor, oder der andere Faktor wird dann das verlangte Produkt sein.“

Anmerkung: Der Punkt (.), wie aus dem bisher Gesagten ersichtlich ist, kömmt als ein mathematisches Zeichen in einer dreifachen Bedeutung vor:

a) Beim Numeriren bediente ich mich anstatt des Striches (,), der von einigen gewählet wird, des Punktes, um dadurch die Tausende zu bezeichnen, und somit auszudrücken, daß die nach dem unten stehenden Punkte von der Rechten zur Linken in der folgenden Klasse vorkommenden Ziffern in Gemäßheit ihres Lokalwerthes Tausende darstellen. Während demnach von einigen die Zahl 345670983214567214 auf diese Weise klassifizirt wird „345,670′983,214′567,214“, so wird man sie nach den im I. Abschnitte in dem §. 16. und §. 17. Nro. 2. gegebenen Vorschriften auf folgende Weise in Klassen theilen „345.670′983.214′567.214“, wo dann in dem einen, wie in dem andern Falle der unten zwischen den Ziffern stehende Punkt, oder Strich mit dem Worte „Tausend“ gelesen wird.

b) Bei der Subtraktion drückt der oberhalb des Ziffers stehende Punkt (§. 36. Nro. 2. c) aus, daß von diesem Ziffer eine jener Einheiten, die es nach seinem Lokalwerthe bezeichnet, entlehnt worden sei; anstatt des Punktes wird von einigen auch oberhalb des Ziffers ein Strich, der dann das Nämliche anzeigt, gemacht.

c) Endlich kömmt hier in diesem §. der Punkt als Multiplikationszeichen vor, und drückt deßhalb, wenn er unten zwischen den Zahlen steht, aus, daß dieselben mit einander multiplizirt werden sollen.

Man wird aus dem ganzen Zusammenhange, und der

jedesmal vorliegenden Aufgabe mehrentheils ermessen können, ob der unterhalb zwischen den Ziffern stehende Punkt (am Ende der Zahlen ist der Punkt als der gewöhnliche Schlußpunkt zu betrachten) in der so eben bei a oder c angegebenen Bedeutung zu nehmen sei.

Indessen, um jedem Irrthume vorzubeugen, werde ich mich von nun an, weil man jetzt beim Aussprechen solcher Zahlen, die nicht mehr als 6 Ziffern haben, schon zureichende Fertigkeit besitzen wird, des Punktes nicht mehr in dem Sinne bedienen, um dadurch die vorkommenden Zahlen in Klassen zu theilen.

Kömmt demnach bei kleinern Zahlen, zumal in der Folge bei den Zählern, und Nennern der Brüche, zwischen den Zahlziffern ein Punkt vor, so drückt er dann jederzeit die Multiplikation aus.

Nur die größeren Zahlen, die man, um den Lokalwerth der einzelnen Ziffern zu erkennen, in Klassen eintheilen muß, werden in diesem Lehrbuche davon eine Ausnahme machen. Bei diesen wird dann der unten stehende Punkt die Tausende bezeichnen, und also nicht die Multiplikation ausdrücken; welches dann immerhin bestimmt aus den oben stehenden Strichen, die der Ordnung nach die Millionen, Billionen ꝛc. anzeigen, erkannt werden wird.

Die Ursache, warum ich beim Numeriren anstatt eines unten gesetzten Striches den Punkt wählte, ist aus der im III. Theile vorkommenden Lehre von den Dezimalbrüchen ersichtlich, weil man da durch einen Strich die Ganzen von den Dezimalen trennt.

§. 46.

Grundsätze der Multiplikation.

I. Gleiches mit Gleichem multiplizirt gibt gleiche Produkte; z. B. wenn ich auf einer Seite 6 mit 4, und auf der andern Seite 6 mit 4 multiplizire, so erhalte ich beiderseits 24, oder

Multiplikand $6 = 6$
Multiplikator $4 = 4$

Produkt $6 \times 4 = 6 \times 4$, d. h., $24 = 24$; weil hier die nämliche Zahl 6 auf beiden Seiten gleich oft — viermal gesetzt wird.

II. Bei gleichen Multiplikanden gibt der größere Multiplikator das größere Produkt; z. B.

Multiplikand $6 = 6$
Multiplikator $\underline{5 > 4}$

Produkt $6 \times 5 > 6 \times 4$, d. h., $30 > 24$; weil hier auf der ersten Seite 6 fünfmal, und auf der zweiten Seite 6 nur viermal gesetzt wird, so muß offenbar das erste Produkt größer sein.

III. Bei gleichen Multiplikatoren gibt der größere Multiplikand das größere Produkt; z. B.

Multiplikand $6 > 4$
Multiplikator $\underline{3 = 3}$

Produkt $6 \times 3 > 4 \times 3$, d. h., $18 > 12$; hier wird 6 dreimal, und 4 dreimal gesetzt; weßwegen das erste Produkt größer werden muß.

IV. Der größere Multiplikand gibt mit dem größern Multiplikator das größere Produkt; z. B.

Multiplikand $6 > 5$
Multiplikator $\underline{4 > 3}$

Produkt $6 \times 4 > 5 \times 3$, d. h., $24 > 15$.

Anmerkung: Ich trage, was ich auch in Betreff der übrigen Rechnungsarten bemerkt haben will, um deßwillen kein Bedenken, so kleine Beispiele zur Erläuterung der Grundsätze anzuführen, indem es gar nicht schwer hält, den Schülern begreiflich zu machen, daß z. B. 6 viermal gesetzt 24 gibt. — Die bei den Grundsätzen angeführten Beispiele der Addition, Subtraktion ꝛc. sind der Art, daß man sie ausführen und verstehen kann, ohne daß man die Regeln der Addition, Subtraktion ꝛc., die in den auf die Grundsätze jedesmal folgenden §§. vorgetragen werden, inne hat; aus diesem Grunde wird man mich keiner Inkonsequenz beschuldigen können.

§. 47.

I. Aufgabe, das Einmaleins zu verfertigen.

Auflösung:

Unter dem Einmaleins, welches die pythagorische Tafel, der Rechentisch des Pythagoras, oder auch die Multiplikations- und Divisions-Tabelle (Abacus pythagoricus, tabula

seu mensa pythagorica) genannt wird, versteht man gewöhnlich nur jene Tabelle, welche alle Produkte der ersten 9 Zahlen enthält; man kann diesen noch füglich auch die Zahl 10 beisetzen, um die Produkte der ersten 10 Zahlen zu erhalten.

Dieses Einmaleins wird durch die Addition auf folgende Weise verfertigt:

1) Schreibe man von der linken zur rechten Seite in der horizontalen Linie a b die ersten 10 Zahlen, als 1, 2, 3, ꝛc. und dann links unter 1 in einer vertikalen Linie A C die 9 Zahlen 2, 3, 4, ꝛc. und so bis 10, das dann die letzte ist;

2) Nun fange man links bei 2 in der Linie A C an, und sage: 2 und 2 gibt 4, 2 und 4 gibt 6, 2 und 6 gibt 8, ꝛc.; diese Summen schreibe man in einer zweiten horizontalen Linie d e so an, daß 4 unter 2, 6 unter 3, 8 unter 4 ꝛc. zu stehen kömmt;

3) Eben so mache man es bei 3, dann bei 4, dann bei 5 ꝛc. und endlich auch bey 10, indem man sagt: 3 und 3 gibt 6, 3 und 6 gibt 9, 3 und 9 gibt 12 ꝛc., 6 wird unter 2 und 4, 9 unter 3 und 6, 12 unter 4 und 8 ꝛc. geschrieben, man erhält die dritte horizontale Linie f g; eben so verfahre man bei 4, indem man sagt: 4 und 4 gibt 8, 4 und 8 gibt 12 ꝛc. — man erhält die vierte horizontale Linie h i ꝛc.

4) So setzt man das Verfahren fort; hat man auch bei 10, das man ebenfalls zu sich selbst addirt, indem man sagt: 10 und 10 gibt 20, 10 und 20 gibt 30 ꝛc. alle Summen ausgesetzt, so ist das ganze Einmaleins verfertiget; man hat 10 horizontale Linien von der linken zur rechten Seite, als a b, d e, f g &c. und 10 vertikale Linien von oben nach unten, als A C, N D, O E &c.

5) Die erste horizontale Linie a b enthält die Multiplikatoren, und die erste vertikale Linie

A C die **Multiplikanden**, oder auch umgekehrt, mithin enthalten diese beiden die **Faktoren**, und alle übrigen als d e, f g &c. enthalten die verlangten Produkte. Man erhält demnach folgende

Multiplikations- und Divisions-Tabelle.

	A	N	O	P	Q	R	S	T	U	B	
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	b
d	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	e
f	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	g
h	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	i
k	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	l
m	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	n
o	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	p
q	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	r
s	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	t
u	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	x
	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	

Anmerkung: Es ist nicht nothwendig, daß man auch die Zahlen der Linien a b und A C als Produkte betrachtet, da im §. 45. IV. Zus. und V. Zus. die Regel für jene Fälle schon gegeben ist, wo einer der beiden Faktoren die Zahl 1 ist. — Um deßwillen, da in den Zusätzen II. und III. des nämlichen §. 45. die Regeln in Betreff der Null schon gegeben sind, kömmt die Null allein in dieser Tabelle auch nicht vor.

§. 48.

II. **Aufgabe**, die ersten zehn Zahlen mit einander zu multipliziren.

Auflösung:

Man nehme das Einmaleins, und suche einen der beiden Faktoren von oben herab in der Linie A C, und dann den andern Faktor oben von der linken zur rechten Seite in der Linie a b; — man

gebe nun acht, wo die Linien, die von diesen Faktoren ausgehen, zusammenstoßen, da ist dann das verlangte Produkt; z. B. man will 5 mit 6 multipliziren, man suche also in der Linie A C die Zahl 5, und in der Linie a b die Zahl 6, man wird sehen, daß von 5 die Linie k l, und von 6 die Linie R H ausgeht, diese beiden Linien, vielmehr viereckichten Streifen, stoßen gerade da zusammen, wo die Zahl 30 steht, man hat also gefunden, daß 5 mit 6 multiplizirt zum Produkte 30 gibt.

Beweis:

1) Mit ganzen Zahlen multipliziren heißt eben so viel, als die erste Zahl so oft setzen — zu sich selbst addiren, als die zweite Zahl Einheiten hat (§. 45. I. Zus.).

2) Die in der Linie a b stehenden Zahlen drücken der Ordnung nach aus, wie oft die in der Linie A C links stehenden Zahlen zu sich addirt sind; z. B. 2 mit 3 multiplizirt gibt 6, und 6 hat man bei Verfertigung der Tabelle eben dadurch erhalten, daß man sagte: 2 und 2 gibt 4, 4 und 2 gibt 6, d. h., 2 dreimal gesetzt gibt 6.

3) Also erhält man mittels dieser Tabelle für die ersten 10 Zahlen wirklich die verlangten Produkte.

Anmerkung: 1) Es ist unumgänglich nothwendig, daß die Schüler diese Tabelle auswendig lernen; wobei sie, wenn sie einmal den Gebrauch derselben wissen, keinen Anstand mehr finden werden; sie dürfen z. B. immerhin nur sagen: 2 mal 1 ist 2, 2 mal 2 ist 4, 2 mal 3 ist 6 ꝛc., dann wieder 3 mal 1 ist 3, 3 mal 2 ist 6, 3 mal 3 ist 9 ꝛc.

2) Was schon bei der Addition und Subtraktion gesagt wurde, ist auch für die Multiplikation und Division, von welcher letztern Rechnungsart im folgenden Abschnitte die Rede sein wird, zu verstehen; der Lehrer soll nämlich immerhin auch suchen, die Sache durch gewisse Versinnlichungsmittel anschaulich zu machen.

§. 49.

Die Verwechslung der Faktoren betreffend.

Lehrsatz: Man erhält das nämliche Produkt, wenn man die Stellen der Faktoren verwechselt, d. h., wenn man den Multiplicand an die Stelle des Multiplikators, und diesen an die Stelle des Multiplikands setzt.

Beweis:

Ist der Multiplikand größer als der Multiplikator, so wird, wie ich die Stellen der Faktoren verwechsle, die an die Stelle des Multiplikands kommende kleinere Zahl um so viel öfters genommen. — Ist aber der Multiplikand kleiner, so wird nach verwechselten Stellen die an die Stelle des Multiplikands kommende größere Zahl um so viel weniger oft gesetzt. — Sind beide Faktoren gleich, so ist es ohnehin offenbar, daß die Produkte immer die nämlichen sind.

Wenn man z. B. 5 mit 4 multiplizirt, so erhält man 20, und wenn man umgekehrt 4 mit 5 multiplizirt, so erhält man wieder 20, weil hier der kleinere Multiplikand 4 öfters — fünfmal gesetzt wird.

Um die Sache anschaulich zu machen, drücke man den Multiplikand 5 durch fünf neben einander gesetzte a aus, und setze diese Linie von fünf a viermal:

	5				
4	a	a	a	a	a
	a	a	a	a	a
	a	a	a	a	a
	a	a	a	a	a

$$5 \times 4 = 20$$

Man hat aber auch die vertikale Linie von vier a fünfmal, es gibt also auch $4 \times 5 = 20$, und man hat offenbar zum Produkte 20 solche a, man mag 5 viermal, oder 4 fünfmal setzen, d. h., $5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$.

§. 50.

§. 50.

III. Aufgabe, zwei Zahlen mit einander zu multiplizieren, wenn eine aus einem, und die andere aus mehreren Ziffern besteht.

Auflösung:

1) Weil man die Stellen der Faktoren verwechseln kann (§. 49.), so schreibe man die größere Zahl als Multiplikand, dann unten an die Stelle der Einer den Multiplikator, und ziehe einen Querstrich;

2) Nun multiplizire man von der rechten zur linken Seite die Einer, die Zehner, dann die Hunderte rc. des Multiplikands;

3) Wo immer das Produkt größer als 9 wird, schreibe man nur die Einer an, und die Zehner rechne man zum Produkte der nächsten Stelle;

4) Das Produkt der Einer, der Zehner rc. schreibe man wieder auf eine ähnliche Weise, wie bei der Addition, an die Stelle der Einer, der Zehner rc.

5) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man von der rechten zur linken Seite alle Theile des Multiplikands multiplizirt hat; das letzte Produkt schreibt man dann ganz aus, weil keine Stellen mehr folgen.

Beispiel:

Es sei 546 mit 5, oder 5 mit 546 zu multipliziren.

Auflösung:

1) Nehme man 546 als Multiplikand, und unten hin schreibe man 5 als Multiplikator, und ziehe einen Strich:

Multiplikand 546
Multiplikator 5
―――

2) Sage man nun, indem man rechts anfängt, 5mal 6 ist 30, schreibe 0, behalte 3, d. h., 30 Einer geben genau 3 Zehner, man schreibe also an die Stelle der Einer Null, und rechne die 3 Zehner zu den Zehnern:

$$\begin{array}{r} 546 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$ behalt' 3 (Zehner).

3) 5mal 4 ist 20, und 3 gibt 23 (Zehner), man schreibe 3, und rechne 2 (Hundert) zu der nächsten Stelle:

$$\begin{array}{r} 546 \\ 5 \\ \hline 30 \end{array}$$ behalt' 2 (Hundert).

4) 5mal 5 ist 25 und 2 ist 27; d. h., 25 Hundert und 2 Hundert geben 27 Hundert; diese schreibe man dann ganz aus:

Multiplikand	546
Multiplikator	5
Produkt	2730

Beweis:

1) Der Multiplikand ist hier eine Summe von Einern, Zehnern und Hunderten;

2) Alle Theile zusammen genommen geben das Ganze (§. 10. Nro. 2.);

3) Es wird also der ganze Multiplikand multiplizirt werden, wenn man alle Theile desselben, die Einer, Zehner ꝛc. multiplizirt;

4) Nun aber dieses geschieht eben nach der angegebenen Verfahrungsweise;

5) Also erhält man dadurch wirklich das verlangte Produkt.

Im vorigen Beispiele kann man anstatt 546 auch sagen: $500 + 40 + 6$, oder $546 = 500 + 40 + 6$.

Gleiches mit Gleichem multiplizirt gibt Gleiches (§. 46. 1.); daher ist

$$\begin{array}{r} 546 = 500 + 40 + 6 \\ 5 = 5 \\ \hline \end{array}$$

also $546 \times 5 = 2500 + 200 + 30$.

Weil 500 fünfmal genommen 2500, und 4 Zehner fünfmal genommen 20 Zehner oder 200, und endlich fünfmal 6 Einer 30 Einer geben, so hat man die drei Partialprodukte 2500, 200 und 30 erhalten. Addirt man nun 2500, dann 200 und 30, so erhält man:

$546 \times 5 = 2500 + 200 + 30 = 2730.$

Eben dieses Produkt erhielt man aber auch nach der vorhin aufgestellten Regel.

§. 51.

IV. Aufgabe, zwei Zahlen mit einander zu multipliziren, von welchen jede aus mehreren Ziffern besteht.

Auflösung:

1) Sind die beiden Faktoren ungleich, so nehme man den größern Faktor als Multiplikand, und den kleinern als Multiplikator (es könnte auch der kleinere als Multiplikand genommen werden, dieses wäre aber mehrentheils nicht so bequem), und schreibe diesen so unter jenen, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. zu stehen kommen. Dieses Letztere geschieht auch, wenn beide Faktoren gleich sind; dann ziehe man unten einen Strich;

2) Nun multiplizire man von der rechten zur linken Seite nach §. 50. den ganzen Multiplikand mit dem ersten rechts stehenden Ziffer des Multiplikators;

3) Dieses thue man mit allen folgenden Ziffern des Multiplikators, d. h., mit einem jeden multiplizire man den ganzen Multiplikand;

4) Das zweite Produkt, welches man erhält, wenn man mit dem zweiten Ziffer des Multiplikators multiplizirt, rücke man um eine Stelle zur linken Seite, so daß unter die Einer des ersten Produktes kein Ziffer zu stehen kömmt;

5) Eben so rücke man, indem man die Pro-

dukte unter einander schreibt, jedes folgende Produkt um eine Stelle zur linken Seite;

6) Hat man mit allen Ziffern des Multiplikators die Multiplikation ausgeführt, so addire man nach den aufgestellten Additionsregeln die einzelnen Produkte, welche Partialprodukte genannt werden, gerade so, wie sie nun da stehen, und man hat das verlangte Produkt, welches Totalprodukt genannt wird.

§. 52.

Anwendung dieser Regel.

Man soll z. B. 346 mit 5976 multipliziren; man nehme also:

1) 5976 als Multiplikand, und schreibe darunter den Multiplikator 346, so daß die Einheiten der nämlichen Ordnung unter einander kommen:

Multiplikand 5976
Multiplikator 346

2) Nun multiplizire man mit 6, dem ersten Ziffer des Multiplikators, den Multiplikand 5976, man erhält 5976 × 6 = 35856, dieses erste Produkt schreibe man unter den Strich:

	5976
	346
Erstes Partialprodukt	35856

3) Mit 4, dem zweiten Ziffer des Multiplikators, multiplizire man von der rechten zur linken Seite wieder den ganzen Multiplikand, man erhält 5976 × 4 = 23904, dieses zweite Produkt schreibe man so an, daß 4 unter 5, 0 unter 8 ꝛc. zu stehen kömmt, wodurch das ganze zweite Produkt um eine Stelle zur linken Seite gerückt ist:

	5976
	346
	35856
Zweites Partialprodukt	23904

4) Mit 3, dem dritten und letzten Ziffer des Multiplikators, multiplizire man abermal den ganzen Multiplikand von der rechten zur linken Seite, man erhält 5976 × 3 = 17928, dieses Produkt schreibe man so an, daß es wieder um eine Stelle gegen die linke Seite gerückt wird, man hat nun das letzte Produkt, weil der Multiplikator nur 3 Ziffern hat:

```
                          5976
                           346
                        ------
                         35856
                        23904
Drittes Partialprodukt 17928
```

5) Diese Produkte addire man nun so, wie sie da stehen:

```
Multiplikand       .   .   5976
Multiplikator      .   .    346
                        -------
Erstes Partialprodukt     35856
Zweites      ———         23904
Drittes      ———        17928
                        -------
Totalprodukt            2067696
```

Es gibt also 5976 mit 346, oder was eines ist, 346 mit 5976 multiplizirt, zum Produkte die Zahl 2'067.696, d. h.,

$$5976 \times 346 = 346 \times 5976 = 2'067.696.$$

§. 53.

Beweis, die im §. 51. aufgestellte Regel betreffend.

1) Der Multiplikator, da er aus mehreren Ziffern besteht, ist eine Summe von Einern, Zehnern, Hunderten ꝛc. (§. 16.);

2) Gleiches mit Gleichem multiplizirt gibt Gleiches (§. 46. I.); also wird der Multiplikand mit dem ganzen Multiplikator multiplizirt, wenn man ihn mit allen Theilen desselben multiplizirt;

3) Dieses geschieht aber nach der im §. 51. aufgestellten Regel; man multiplizirt da mit allen Ziffern des Multiplikators den ganzen Multiplikand;

4) Das Produkt, welches man durch die mit dem

zweiten Ziffer des Multiplikators vorgenommene Multiplikation erhält, wird, da man mit Zehnern multiplizirt, um eine Stelle zur linken Seite gerückt, dadurch erhält jedes Ziffer des Produktes einen zehnmal größern Werth (§. 14.); wie man mit dem dritten Ziffer des Multiplikators multiplizirt, rückt man das Produkt um zwei Stellen zur Linken, dadurch erhält jedes Ziffer, indem man mit Hunderten multiplizirt, einen hundertmal größern Lokalwerth rc.;

5) Also wird der Multiplikand so oft gesetzt, als es die Einer, die Zehner, die Hunderte rc. des Multiplikators anzeigen;

6) Somit ist der Multiplikand so oft gesetzt worden, als es der ganze Multiplikator anzeigt; woraus nun folgt, daß man nach der erwähnten Regel jedesmal das verlangte Produkt erhält; weßhalb dieselbe wahr und allgemein giltig ist.

Im §. 52. ist 346 mit 5976 multiplizirt worden; nach §. 49. ist aber $346 \times 5976 = 5976 \times 346$; man hat da zum Produkte 2'067.696 erhalten, indem man den Multiplikand 5976 mit 346 multiplizirte; ferner 346 ist eben so viel, als 6 und 40 und 300, und $5976 \times 6 = 35856$; dann $5976 \times 40 = 239040$, endlich $5976 \times 300 = 1'792.800$; addirt man diese drei Produkte, so erhält man:

35856	oder	35856		
239040		23904	(nach §. 51.)	
1792800		17928		
2067696		2067696		

Man hat also, da man nach der Regel des §. 51. verfuhr, das verlangte Produkt wirklich erhalten; denn es ist:

$$\begin{aligned} & 5976 = 5976 \\ \text{dann } & 346 = 300 + 40 + 6 \\ \text{daher } & 5976 \times 346 = 1792800 + 239040 + 35856 \\ & = 35856 + 239040 + 1792800 \\ & = 2'067.696. \end{aligned}$$

§. 54.

V. Aufgabe, zwei Zahlen mit einander zu multipliziren, wovon eine nur aus einem Zahlziffer nebst angehängten Nullen bestehet.

Auflösung:

1) In diesem Falle nehme man jenen Faktor, welchem am Ende Nullen angehängt sind, als Multiplikator, und schreibe ihn so unter den Multiplikand, daß sein Ziffer unter die Einer desselben zur Rechten zu stehen kömmt, während man einsweilen die Nullen ganz wegläßt;

2) Multiplizire man mit dem Zahlziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand nach §. 50. so, als wenn dasselbe ganz allein da wäre;

3) Dem dadurch erhaltenen Produkte setze man rechts die Nullen des Multiplikators bei, man wird das verlangte Produkt haben.

Beweis:

1) Würde der Multiplikator keine Nullen bei sich haben, so müßte man den Multiplikand so oft setzen, als es das Zahlziffer des Multiplikators ausdrückt;

2) Nun ist aber der Multiplikator um so oft zehnmal größer, als viel Nullen ihm angehängt sind;

3) Also muß auch das Produkt um so oft zehnmal größer werden, als viel Nullen der Multiplikator hat (§. 45. a.);

4) Es müssen demnach dem Produkte rechts eben so viel Nullen beigefügt werden;

5) Wäre der Multiplikator nur 1 mit angehängten Nullen, so ist die Multiplikation überflüssig, weil jede Zahl mit 1 multiplizirt unverändert bleibt (§. 45. IV. Zus.); man hängt also da, um das Produkt zu erhalten, gleich dem Multiplikand die vorkommenden

Nullen an. — Einer Zahl eine, zwei, drei ꝛc. Nullen anhängen heißt dann eben so viel, als sie mit 10, 100, 1000 ꝛc. multipliziren, weil sie eben dadurch zehn-, hundert-, tausendmal ꝛc. gesetzt wird (§. 45. a.), und jedes Ziffer des Multiplikands im Produkte an eine Stelle kömmt, wo es einen zehn-, hundert-, tausendmal ꝛc. größern Lokalwerth hat.

I. Beispiel:

Es sei 1000 mit 24 zu multipliziren:

Man nimmt 1000 als Multiplikator, und fügt dem Multiplikand drei Nullen bei, man erhält: $24 \times 1000 = 24000$; denn mit 1000 multipliziren heißt den Multiplikand tausendmal setzen, man muß also 24000 erhalten.

II. Beispiel:

Es sei 6000 mit 48 zu multipliziren:

1) Man denke sich die Nullen weg, und nehme 48, weil diese Zahl größer ist als 6, als Multiplikand, und 6 als Multiplikator:

Multiplikand	48
Multiplikator	6

2) Multiplizire man 48 mit 6, man erhält $48 \times 6 = 288$:

	48
	6
Produkt	288

3) Dem Produkte 288 setze man die drei Nullen bei, man erhält:

$$48 \times 6000 = 6000 \times 48 = 288000$$

4) 48 mit 6000 multipliziren heißt 48 sechstausendmal setzen; nach dem natürlichen Werthe des Ziffers des Multiplikators muß 48 sechsmal, und nach seinem Lokalwerthe tausendmal gesetzt werden, man muß also das Produkt 288 mit 1000 multipliziren, d. h., ihm drei Nullen anhängen.

§. 55.

VI. Aufgabe, Zahlen mit einander zu multiplizieren, die aus mehreren Ziffern bestehen, und am Ende Nullen haben.

Auflösung:

1) Man multiplizire nach §. 51. allererst die Zahlziffern mit einander, und schreibe die Nullen nicht an, oder man denke sich, es seien dieselben gar nicht da;

2) Dem erhaltenen Totalprodukte, welches die Summe aller Partialprodukte ist, füge man rechts am Ende so viele Nullen bei, als beide Faktoren zusammen am Ende haben.

Beispiel:

Es sei 6'789.000 mit 2400 zu multipliziren:

1) Man denke sich die Nullen weg, setze 6789 als Multiplikand, und 24 als Multiplikator, man erhält:

```
  6789
    24
 -----
 27156
13578
------
162936
```

2) Diesem Produkte füge man so viele Nullen bei, als beide Faktoren zusammen am Ende haben, man erhält dann das verlangte Produkt, nämlich:

6'789.000 × 2400 = 16.293'600.000.

Beweis:

Der Multiplikand 6'789.000 ist der drei angehängten Nullen wegen tausendmal größer, als er ohne dieselben wäre, oder es ist 6'789.000 = 6789 × 1000, es muß also deßwegen auch das Produkt tausendmal größer werden; — ferner der Multiplikator 2400 ist der zwei angehängten Nullen wegen hundertmal größer, oder es ist 2400 = 24 × 100, und hundertmal 1000 gibt 100000 (§. 45. a.); es wird

also wegen der den beiden Faktoren am Ende beigefügten fünf Nullen das Produkt hunderttausendmal größer, d. h., es müssen demselben am Ende fünf Nullen angehängt werden, weil dieses eben so viel ist, als es mit 100000 multiplizieren (§. 54.).

Aus eben diesen Gründen müßte man dem Produkte 4, 6, 8 ꝛc. Nullen beisetzen, wenn beide Faktoren zusammen am Ende 4, 6, 8 ꝛc. Nullen hätten.

§. 56.

VII. Aufgabe, Zahlen mit einander zu multiplizieren, die in der Mitte Nullen haben.

Auflösung:

1) Kommen in der Mitte des Multiplikands Nullen vor, so verfährt man nach den bisher gegebenen Regeln, wo dann immer, wenn man die Null mit einem Ziffer des Multiplikators multiplizirt, das Produkt Null wird, und die Null, wenn nichts zu ihr addirt werden soll, an die ihr zukommende Stelle geschrieben wird (§. 45. Zus. II.)

2) Kommen in der Mitte des Multiplikators Nullen vor, so umgehe man bei demselben die Nullen ganz, weil (§. 45. Zus. III.) jede Zahl mit 0 multiplizirt zum Produkte Null gibt, und es überflüssig wäre, die Nullen anzuschreiben, da sie bei der Addition der Partialprodukte nichts verändern würden (§. 27. d. Nro. 3.); bei der Multiplikation der nachfolgenden Ziffern hat man dann vorzüglich darauf zu sehen, daß man mit jedem Partialprodukte um eine, zwei, drei ꝛc. Stellen zur Linken rücket, je nachdem man von der Rechten zur Linken mit dem zweiten, dritten, vierten ꝛc. Ziffer des Multiplikators multiplizirt.

Beispiel:

Es sei 4006 mit 5009 zu multipliziren; man erhält den aufgestellten Regeln gemäß:

4006
5009
36054
0000
0000
20030
20066054

Weil die Nullen des zweiten und dritten Partialproduktes, da sie ohne ein Zahlziffer sind, keinen Werth haben, so lasse man sie aus, und verfahre auf diese Weise:

Multiplikand	4006
Multiplikator	5009
	36054
	20030
Produkt	20066054

Die Richtigkeit des Verfahrens ist aus den vorigen §§. ersichtlich.

§. 57.

VIII. Aufgabe, mehr als zwei Zahlen mit einander zu multipliziren.

Auflösung:

1) Man multiplizire zwei beliebige Faktoren, indem man die Stellen der Faktoren verwechseln darf (§. 49.), mit einander, ihr Produkt multiplizire man mit dem dritten Faktor, dieses Produkt wieder mit dem nächstfolgenden Faktor ꝛc.; dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man mit allen multiplizirt hat;

2) Zur ersten Multiplikation nimmt man zwei Faktoren, zu jeder folgenden immerhin nur einen neuen Faktor, indem das jedesmal erhaltene Produkt als Multiplikand gesetzt wird;

3) Man hat da so oft zu multipliziren, als viel Faktoren, einen davon weggerechnet, da sind;

die Anzahl derselben weniger eins bestimmt daher die Anzahl der vorzunehmenden Multiplikationen.

Beispiel:

Es seien die Zahlen 4, 6, 8, 10 unter einander zu multipliziren:

1) Nehme man zwei beliebige Faktoren, etwa 4 und 6, ihr Produkt ist 24; —

2) Dieses multiplizire man mit dem dritten Faktor 8, man erhält: $24 \times 8 = 192$;

3) Dieses Produkt multiplizire man mit 10, man erhält: $192 \times 10 = 1920$.

Das nämliche Produkt erhält man, wenn man die Faktoren in einer andern Ordnung multiplizirt, d. h., $4 \times 8 \times 6 \times 10 = 10 \times 4 \times 8 \times 6 = 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 1920$. Daher ist auch z. B. „$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$."

Der Beweis hievon gründet sich auf dasjenige, was in den §§. 45. und 49. gesagt und erwiesen wurde.

Zusatz: Sind drei oder mehrere Zahlen mit dem Multiplikationszeichen verbunden, so bedeutet es, daß das Produkt der vorhergehenden Zahlen immer mit der nachfolgenden zu multipliziren sei; es ist daher z. B. $2 \times 4 \times 9 = 8 \times 9 = 72$, oder $2 . 4 . 9 = 8 . 9 = 72$.

§. 58.

Die Probe betreffend.

Die Probe der Multiplikation wird gewöhnlich durch die Division gemacht; wovon in dem folgenden Abschnitte die Rede sein wird.

Indessen kann man aber die Schüler gleich jetzt mit der nachstehenden Probe, welche durch die Subtraktion bewerkstelliget wird, bekannt machen.

1) Zur Probe vermindere man den Multiplikator um 1, d. h., man subtrahire davon 1;

2) Mit dem um 1 verkleinerten Multiplikator multiplizire man den vorigen Multiplikand;

3) Dieses Produkt subtrahire man vom vori-

gen Produkte, man muß den Multiplikand zum Reste erhalten.

Weil man den Multiplikator um 1 verkleinert hat, so ist bei der zweiten Multiplikation der nämliche Multiplikand einmal weniger gesetzt worden, es ist also das zweite Produkt um den Multiplikand kleiner, als das erste Produkt; weßhalb man denselben zum Reste erhalten muß.

Im Beispiele des §. 52. hat man zum Produkte die Zahl 2'067.696 erhalten. Den Multiplikator 346 verkleinere man um 1, man erhält 345. Mit 345 multiplizire man den vorigen Multiplikand 5976, man erhält 2'061.720. — Dieses zweite Produkt subtrahire man vom vorigen Produkte:

Erstes Produkt	2067696	Minuend
Zweites —	2061720	Subtrahend
Der Multiplikand	5976	Rest.

§. 59.

Wiederholung in Fragen.

1) Was heißt multipliziren, und welche Rechnungsart versteht man unter der Multiplikation? — 2) In welchem Sinne ist die Multiplikation ganzer Zahlen eine kürzere Addition? — 3) Was heißt man Multiplikand, Multiplikator, Faktor und Produkt? — 4) Durch welche Zeichen drückt man die Multiplikation aus? — 5) Auf welche Grundsätze stützen sich die bei der Multiplikation angeführten Beweise? — 6) Welche Rechnungsart kömmt bei Verfertigung der Multiplikations-Tabelle in Anwendung? — 7) Wozu dient das Einmaleins? — 8) Welche Fälle sind in diesem Abschnitte in Betreff der Multiplikation vorgekommen? — 9) Wie kann man sich die Sache erleichtern, wenn die Faktoren am Ende Nullen haben? — 10) Wie wird bei der Multiplikation mittelst der Subtraktion die Probe gemacht?

§. 60.

Beispiele zur Uebung.

I.

Zu Traunstein, im Isarkreise des Königreiches Baiern, werden jährlich ungefähr 60 Salzsüde gemacht, und jedesmal gegen 2000 Zentner Salz gewonnen; dagegen zu Hall im Tirol werden täglich gegen 100 Zentner Salz gewonnen; wie viel beträgt nun dieses an beiden Orten in einem Jahre?

II.

Aus Hall werden jährlich in die Schweitz allein über 24000 Fäßer Salz, wovon jedes 5 Zentner hält, ausgeführt; wie viel Salz kömmt auf diese Weise in die Schweitz?

III.

Der Umfang des ganzen Erdkörpers hält 360 Grad eines Erd-Meridians, und ein solcher Grad hat 15 deutsche, oder geographische Meilen. Wie viel solche Meilen hat nun die Erde in ihrem Umfange?

IV.

Nach dem erwähnten astronomischen Jahrbuche von Berlin für das Jahr 1811 ist die Sonne 1'448.000mal größer, als die Erdkugel, und der Planet Jupiter ist 1474mal, Saturnus 1030mal, und Uranus 83mal größer als die Erde; — wie groß sind nun nach dem kubischen Inhalte sowohl diese Planeten, als auch die Sonne, wenn wir annehmen, daß der körperliche Inhalt der Erde 2.659'310.190 Kubikmeilen betrage?

V.

Der Mond, welcher sich um die Erde als seinen Hauptplaneten bewegt, ist von derselben gegen 30 Erddurchmesser entfernt; — wie weit ist nun der Mond von der Erde entfernt, da es bekannt ist, daß ein Durchmesser der Erde beinahe 1720 deutsche oder geographische Meilen hat?

VI.

Jemand bezahlt für ein gewißes Kapital jährlich 50 fl. Zins; — wie groß ist nun die Summe, welche

dafür als Zins vom 1ten Jäner 1804 bis zum 1ten Jäner 1816 bezahlt worden ist.

VII.

Bei der zu gleichen Theilen stattgehabten Vertheilung einer Erbschaft traf es jedem Erben 4728 fl.; — wie groß war nun die ganze Erbschaft, wenn es 12 Erben gewesen sind?

VIII.

Das Produkt, das man erhält, wenn man die Zahlen von 1 bis 12 inklusive, als: 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12, mit einander multiplizirt, bestimmt, wie oft 12 Personen an einem Tische ihre Stellen verwechseln können; — wie oft kann dieses demnach geschehen?

V. Abschnitt.

Von der Division.

§. 61.

Erklärungen.

a) Quotient (Quotus) heißt diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, oder was eines ist, wie oft eine Zahl von der andern weggezogen werden kann; z. B. 4 ist in 8, oder 4 fl. sind in 8 fl. zweimal enthalten, d. h., ich kann 4 von 8, oder 4 fl. von 8 fl. zweimal wegnehmen; deßwegen ist die Zahl 2, die dieses ausdrückt, der Quotient.

b) Dividend (Quantitas dividenda — die zu vertheilende Zahl) heißt diejenige Zahl, in welcher die andere, — und Divisor (Divisor — Theiler) jene Zahl, die in der vorigen so oft enthalten ist, als es der Quotient angibt; z. B. wenn ich sage: 4 ist in 8, oder 4 fl. sind in 8 fl. zweimal enthalten, so sind 8 fl., oder 8 der Dividend, und 4, oder 4 fl. der Divisor.

c) Dividiren (divido — theilen) heißt sowohl

diejenige Zahl finden, welche angibt, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, als auch jene, welche so oft in der andern enthalten ist, als es der Quotient ausdrückt. — Wenn ich z. B. sage: 3 in 6 ist zweimal (2 mal) enthalten, so habe ich dividirt (getheilt), weil ich auf diese Weise die Zahl 2 finde, welche anzeigt, wie oft 3 in 6 enthalten ist.

Ich dividire aber auch, wenn ich z. B. 6 fl. unter 3 Personen zu gleichen Theilen vertheile, und somit durch die Rechnung bestimme, daß es einer Person 2 fl. trifft. — In diesem Falle finde ich durch die Division die Zahl 2 fl., welche in 6 fl. 3mal, mithin so oft enthalten ist, als es der Quotient 3 ausdrückt.

d) Division (Divisio — Theilung) ist demnach diejenige Rechnungsart, wodurch zum gegebenen Dividend und Divisor der Quotient, oder aber zum Dividend und Quotienten der Divisor gefunden wird.

Um dem gewöhnlichen Sprachgebrauche getreu zu bleiben, werde ich ebenfalls diejenige Zahl, welche durch die vorgenommene Division gefunden wird, jederzeit den Quotienten heißen, es mag dieselbe entweder der wirkliche Quotient, oder der gesuchte Divisor sein, gleichwie ich immerhin die beiden zur Division gegebenen Zahlen mit den Ausdrücken Dividend und Divisor benennen werde.

Das Wort „Theilung" kömmt daher, weil der Quotient angibt, in wie viele gleiche Theile die eine Zahl — der Dividend zu theilen ist, damit die andere — der Divisor so oft davon weggenommen werden kann, als es derselbe anzeigt. Wenn ich z. B. 8 mit 4 dividire, so erhalte ich die Zahl 2 als Quotienten; theile ich nun 8 in zwei gleiche Theile, so erhalte ich 2 mal 4, oder 4 + 4, davon kann nun 4 offenbar 2 mal weggenommen werden, um deßwillen sagt man auch, es sei 4 in 8 zweimal enthalten.

e) Das Zeichen der Division besteht in zwei Punkten (:), wo dann links der Dividend und rechts der Divisor geschrieben wird; oder man schreibt den Dividend oben, und den Divisor unten hin, und macht zwischen beiden eine liegende Linie (Querstrich). Z. B.

8:4,

8 : 4, oder $\frac{8}{4}$ heißt, 8 soll mit 4 dividirt werden, es wird gelesen: 8 dividirt mit 4.

Besteht der Dividend, oder der Divisor, oder beide aus mehreren Theilen, so bedient man sich, wie bei der Multiplikation, der sogenannten Einklammerungszeichen; z. B. (4 fl. + 6 kr. + 4 hl.) : 6, oder (4 fl. 6 kr. 4 hl.) : 6 heißt, es soll die Summe von 4 fl., 6 kr. und 4 Hällern durch 6 dividirt werden.

I. Zusatz: Der Quotient bestimmt, wie oft der Divisor in dem Dividend enthalten ist, er zeigt also auch an, wie oft der Divisor gesetzt werden müsse, um den Dividend wieder zu erhalten. Der Divisor ist diejenige Zahl, die im Dividend so oft enthalten ist, als es der Quotient angibt, daher heißt eine Zahl mit der andern dividiren auch eben so viel, als eine dritte Zahl finden, die mit der zweiten multiplizirt die erste wieder gibt, oder eine solche Zahl finden, die, wenn man mit ihr die zweite Zahl multiplizirt, die erste wieder zum Produkte gibt.

Um deßwillen ist das Produkt des Divisors und Quotienten immerhin dem Dividend gleich, d. h., wenn man den Divisor mit dem Quotienten, oder umgekehrt diesen mit jenem, multiplizirt, so erhält man jederzeit wieder den Dividend zum Produkte.

Wenn ich z. B. 8 fl. mit 4 dividire, so erhalte ich zum Quotienten 2 fl., und 2 fl. mit 4 multiplizirt geben zum Produkte 8 fl. — Wenn ich aber 8 fl. mit 4 fl., oder 8 mit 4 dividire, so erhalte ich zum Quotienten die Zahl 2; multiplizire ich nun mit der Zahl 2 den Divisor 4 fl., oder 4, so erhalte ich wieder zum Produkte 8 fl., oder 8. Der Grund hievon liegt in dem von der Multiplikation aufgestellten Begriffe (§. 45. a.), indem 4 zweimal genommen 8, und 4 fl. zweimal gesetzt zum Produkte 8 fl. geben.

II. Zusatz: Wenn man mit 1 dividirt, so erhält man den Dividend zum Quotienten; z. B. 6 : 1 = 6,

STADTBIBLIOTHEK AUGSBURG

oder $\frac{6}{1} = 6$; denn (§. 45. Zus. V.) $1 \times 6 = 6$; 6 bezeichnet eine Summe von 6 Einheiten, es muß also 1 in 6 sechsmal enthalten sein. Daher sagt man „1 dividirt und multiplizirt nichts“ (§. 45. Zus. IV.).

III. Zusatz: Wenn man 0 mit einer Zahl dividirt, so ist der Quotient wieder 0, d. h., $0 : 8 = 0$, oder $\frac{0}{8} = 0$; denn $8 \times 0 = 0$ (§. 45. Zus. III.); die Null zeigt an, daß nichts da ist, es kann also auch nichts vertheilt werden, und kein Quotient zum Vorscheine kommen, welches eben, indem man die Null als Quotienten schreibt, durch dieselbe ausgedrückt wird.

IV. Zusatz: Jede Zahl ist in sich selbst einmal enthalten; z. B. 8 in 8 geht einmal, oder $8 : 8 = 8/8 = 1$; denn $8 \times 1 = 8$ (§. 45. Zus. IV.), und jede Zahl ist sich selbst gleich (§. 10. Nro. 1.), sie kann also in sich selbst nur einmal enthalten sein; wenn daher der Dividend und der Divisor gleich sind, so ist 1 der Quotient.

§. 62.

Grundsätze der Division.

I. Gleiches mit Gleichem dividirt gibt Gleiches; z. B.

Dividend	$8 = 8$
Divisor	$4 = 4$
Quotient	$8/4 = 8/4$, oder $2 = 2$.

Wie auf der ersten Seite 4 in 8 zweimal, eben so oft muß 4 in 8 auch auf der zweiten Seite enthalten sein; weßwegen die Quotienten gleich sind.

II. Bei gleichen Dividenden gibt der kleinere Divisor den größeren Quotienten; z. B.

Dividend	$8 = 8$
Divisor	$2 < 4$
Quotient	$8/2 > 8/4$, oder $4 > 2$;

weil die kleinere Zahl 2 in dem Dividend 8 öfters enthalten sein muß, als 4 im nämlichen Dividend 8. Im ersten Falle wird 8 in weniger gleiche Theile getheilet, und eben deßwegen ist auch der erste Quotient größer.

III. **Bei gleichen Divisoren gibt der größere Dividend den größeren Quotienten;** z. B.

Dividend $8 > 4$
Divisor $2 = 2$
Quotient $\frac{8}{2} > \frac{4}{2}$, oder $4 > 2$;

weil die nämliche Zahl 2 im größeren Dividend auch öfters enthalten ist.

IV. **Der größere Dividend gibt mit dem kleineren Divisor den größeren Quotienten;** z. B.

Dividend $8 > 4$
Divisor $2 < 4$
Quotient $\frac{8}{2} > \frac{4}{4}$, oder $4 > 1$;

weil offenbar die kleinere Zahl 2 in der größeren Zahl 8 öfters, als 4 in 4, enthalten ist.

§. 63.

I. Lehrsatz:

Ein Faktor ist im Produkte so oft enthalten, als es der andere Faktor anzeigt, d. h., wenn man das Produkt mit einem beliebigen Faktor dividirt, so erhält man den andern Faktor zum Quotienten.

Beweis:

1) Wird der Multiplikand mit dem Multiplikator multiplizirt, so wird er so oft gesetzt, als es derselbe anzeigt (§. 45. a.); es muß also bei ganzen Zahlen (von Brüchen ist hier die Rede noch nicht) der Multiplikand im Produkte so oft enthalten sein — er kann davon so oft weggenommen werden, als die Einheit (1) im Multiplikator enthalten ist;

2) Verwechselt man die Stellen der Faktoren, so erhält man nach §. 49. das nämliche Produkt; es wird da der vorige Multiplikator so oft gesetzt, als es der vorige Multiplikand, welcher jetzt Multiplikator ist, anzeigt; es ist also auch der Multiplikator im Produkte so oft enthalten, als es der Multiplikand anzeigt.

Im §. 49. hat man fünf a viermal gesetzt, und dadurch zwanzig a bekommen; man sieht da offenbar, daß die fünf a in den zwanzig a viermal, und die vier a in denselben fünfmal enthalten sind; die Reihe von fünf a kann man viermal, und die Reihe von vier a kann man fünfmal von zwanzig a wegnehmen.

I. Zusatz: Bei der Division gibt der Dividend, durch den Quotienten dividirt, den vorigen Divisor wieder; denn wenn man den Divisor mit dem Quotienten multiplizirt, so erhält man den Dividend wieder (§. 61. Zus. I.); es ist aber ein Faktor im Produkte so oft enthalten, als es der andere Faktor anzeigt (§. 63.), also muß auch der Dividend durch den Quotienten dividirt den vorigen Divisor wieder geben; z. B. 8 dividirt durch 2 gibt 4, oder $\frac{8}{2} = 4$, weil nun $2 \times 4 = 8$, so muß auch 8 dividirt durch 4 wieder 2 geben.

II. Zusatz: Eine Zahl bleibt unverändert, wenn man sie mit der nämlichen Zahl multiplizirt, und dividirt; z. B. 8 mit 6 multiplizirt gibt 48, und 48 mit 6 dividirt gibt wieder 8, oder $8 = \frac{8 \times 6}{6} = \frac{48}{6} = 8$.

Es wird hier die erste Zahl mit der andern multiplizirt; wenn man nun das Produkt mit dieser dividirt, so muß man wieder die vorige Zahl erhalten (§. 63.).

III. Zusatz: Bei ganzen Zahlen dienen sich die Multiplikation und Division wechselseitig zur Probe.

§. 64.

II. Lehrsatz:

Der Quotient bleibt unverändert, wenn man den Dividend und den Divisor mit der nämlichen Zahl multiplizirt, oder beide mit der nämlichen Zahl dividirt.

Beweis:

Multiplizirt man beide mit der nämlichen Zahl, so werden beide gleich oft gesetzt; dividirt man beide mit der nämlichen Zahl, so werden beide in gleich viele Theile getheilt; ist nun diese Zahl 1, so bleiben, weil 1 nichts multiplizirt und dividirt, beide — der Dividend und der Divisor unverändert; ist es aber eine ganze Zahl, die größer ist als 1, so wird auch der Divisor 2. 3. 4. ꝛc. mal größer oder kleiner, je nachdem der Dividend 2. 3. 4. ꝛc. mal größer oder kleiner geworden ist; es ist also immerhin wieder der Divisor in seinem Dividend eben so oft enthalten; z. B. $\frac{8}{4} = 2$; nun multiplizire man beide mit 3, so erhält man $\frac{24}{12} = 2$, oder man dividire beide mit 2, man erhält wieder $\frac{4}{2} = 2$, oder $\frac{8}{4} = \frac{8\,.\,3}{4\,.\,3} = \frac{24}{12} = 2$, dann $\frac{8}{4} = \frac{8:2}{4:2} = \frac{4}{2} = 2$, und $8 : 4$ ist ebenfalls gleich 2.

§. 65.

I. Aufgabe, zwei Zahlen mit einander zu dividiren, von welchen der Dividend ein oder oder zwei Ziffern, der Divisor aber nur ein Ziffer hat.

Auflösung:

1) Wird der Dividend nur mit zwei Ziffern geschrieben, und der Divisor nur mit einem, so ist

jener kleiner als 100, und dieser nicht größer als 9;

2) Der Quotient, mit dem Divisor multiplizirt, gibt den Dividend wieder (§. 61. Zus. I.);

3) Ein Faktor ist im Produkte so oft enthalten, als es der andere Faktor anzeigt (§. 63.);

4) Daher sind die in der Multiplikations-Tabelle des §. 47. vorkommenden Produkte der Art, daß jedes derselben als Dividend betrachtet werden kann, während man dann links in der Linie A C den Divisor, und oben in der Linie a b den Quotienten hat;

5) Man suche nun links den Divisor des gegebenen Beispieles, und fahre von diesem in gerader Linie rechts hinein, bis man auch den Dividend hat, so steht dann oben in der Linie a b der gesuchte Quotient;

6) Ist der Dividend in der Tabelle nicht anzutreffen, so nehme man von der nächst kleineren Zahl den Quotienten.

Die Richtigkeit des Verfahrens erhellet aus den §§. 61. u. 63.

Anmerkung: Für jene Fälle, wo der Divisor aus einem und der Dividend aus zwei Ziffern besteht, und in der erwähnten Tabelle der Quotient nicht gefunden wird, z. B. wenn man 60 mit 4 dividiren soll, folgt die Regel im nachstehenden §.

I. Beispiel:

Man finde, wie oft 6 in 48 enthalten ist:

1) Suche man in der Reihe A C den Divisor 6;

2) Nun fahre man in der Linie m n rechts hinein, bis man den Dividend 48 hat;

3) Und nehme die in der vertikalen Reihe oben stehende Zahl 8 zum Quotienten.

Weil $6 \times 8 = 48$, so ist auch 6 in 48 achtmal enthalten und also 8 der Quotient.

II. Beispiel:

Man finde, wie oft 9 in 60 enthalten ist:

1) Suche man in der Reihe A C den Divisor 9;

2) Fahre man in der Linie s t rechts hinüber, so findet man die Zahl 60 nicht; 60 liegt aber zwischen 54 und 63, man nehme also von 54 den oben stehenden Quotienten 6;

3) Nun sage man: 9mal 6, oder 6mal 9 gibt 54, und 54 von 60 abgezogen gibt zum Reste 6, d. h., 9 in 60 ist 6mal enthalten — es läßt sich davon 6mal wegnehmen, und es bleibt noch 6 übrig.

Anmerkung: Man lasse die Schüler zur Erleichterung des Dividirens das Einmaleins in Form einer Divisions-Tabelle auswendig lernen; z. B. 2 in 4 geht 2mal, 2 in 6 geht 3mal, 2 in 8 geht 4mal ꝛc.

§. 66.

II. Aufgabe, Zahlen mit einander zu dividiren, von welchen der Dividend mehrere Ziffern, der Divisor aber nur Ein Ziffer hat.

Auflösung:

1) Ist der Divisor eine Zahl, die nicht größer ist, als das erste links stehende Ziffer des Dividends, so erhält man im Quotienten eben so viele Ziffern, als der Dividend hat. — Ist aber der Divisor größer, als dieses Ziffer, so erhält der Quotient um ein Ziffer weniger;

2) Schreibe man den Dividend links, ziehe rechts an demselben einen Vertikalstrich von oben nach unten, dann von diesem aus von der linken zur rechten Seite einen horizontalen Strich, oberhalb schreibe man den Divisor, und unterhalb den Quotienten hin;

3) Die Division geschieht von der linken zur rechten Seite; man nimmt also links so viele Ziffern (ohne auf den Lokalwerth zu sehen, den

sie der noch folgenden Ziffern wegen haben), daß der Divisor in denselben wenigstens einmal enthalten ist;

4) Nun dividire man nach §. 65. und schreibe den Quotienten unter den Divisor;

5) Den gefundenen Quotienten multiplizire man mit dem Divisor, schreibe das Produkt unter die zur Division genommenen Ziffern, und ziehe es davon ab;

6) Zum Reste setze man das nächste Ziffer des Dividends, bezeichne dieses durch einen unterhalb gezogenen Strich, und dividire nun wieder mit dem nämlichen vorigen Divisor. Diesen neuen Quotienten setze man rechts neben den vorigen Partial-Quotienten hin, man multiplizire mit demselben den Divisor, ziehe das Produkt ab, und setze dem Reste das nächste Ziffer des Dividens bei;

7) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man alle Ziffern des Dividends heruntergesetzt, und man somit alle Ziffern des Dividends mit dem nämlichen Divisor dividirt hat;

8) Sollte man einmal, da man dem Reste das nächstfolgende Ziffer beigesetzt hat, nicht dividiren können, so setze man im Quotienten eine Null, und nehme das nächstfolgende Ziffer dazu;

9) Bleibt zuletzt noch ein Rest, so füge man ihn dem Quotienten bei, und setze den Divisor darunter, nachdem man einen Querstrich, der das Divisionszeichen ist, gezogen hat.

10) Würde einmal der Rest so groß oder noch größer sein, als der Divisor, so ist dann der Quotient zu klein, und muß größer genommen werden; wäre aber einmal ein Produkt zu groß, und man könnte nicht abziehen, so wäre dann der Quotient zu groß und müßte kleiner genommen werden.

§. 67.

Anwendung dieser Regel.

Es sei 824 mit 4 zu dividiren:

1) Schreibe man 824 links, und dann nebenhin rechts oben den Divisor.

```
                 | 4  Divisor
Dividend  824    |----
                 |
```

2) Sage man: 4 in 8 geht 2mal; man schreibe 2 als Quotienten rechts unten hin, dann multiplizire man damit den Divisor, und ziehe das Produkt vom ersten links stehenden Ziffer ab, da eben dieses, weil der Divisor 4 nicht größer ist als 8, zur ersten Division genommen wird; zum Reste (hier ist derselbe gleich Null) setze man dann 2:

```
       | 4
 824   |---
 8|    | 2
----
 -2
```

3) 4 in 2 geht nicht, man schreibe also Null, und setze das nächste Ziffer herunter; sage dann: 4 in 24 geht 6mal, 4mal 6 ist 24, und 24 von 24 hebt sich auf, man erhält:

```
                 | 4    Divisor
Dividend  824    |-----
          8||    | 206  Quotient.
          ----
          -24
           24
          ----
           —
```

Daher ist 824 : 4 = 206, oder $\frac{824}{4} = 206$.

Wenn man nach dieser Regel z. B. 8642 mit 3 dividirt, so erhält man 2880 ²/₃, d. h., 2880 und 2 als Rest, der noch mit 3 dividirt werden muß; wie dieses geschieht, wird bei den Brüchen gezeigt werden.

Anmerkung: 1) Eigentlich ist der Quotient in diesem letzten Beispiele, oder 8642 : 3 = 2880 + ²/₃, das heißt, der Quotient ist hier die ganze Zahl 2880 und die Zahl

2, welche noch mit 3 dividirt werden soll; dagegen schreibt man aber kürzer 2880$^2/_3$.

2) Anstatt 2 dividirt mit 3, sagt man kürzer, zwei Drittel, das ist, zwei dritte Theile eines Ganzen, indem man den Dividend 2, somit die obere Zahl als eine Grundzahl, und die untere, also den Divisor 3 als eine Ordnungszahl lies't, und den Ausdruck abkürzt.

Daher werden z. B. die Quotienten $^1/_2$, $^1/_4$, $^{1345}/_{4000}$, $^{67}/_{100}$, $^{244025}/_{1000000}$ ꝛc. so gelesen „ein zweiter Theil, ein vierter Theil ꝛc. oder kürzer „ein Halbes, ein Viertel, 1345 Viertausendtel, 67 Hunderttel, 244025 Milliontel ꝛc. das dann eben so viel heißt, als man soll von einem Ganzen die Hälfte, den vierten Theil, den 4000sten Theil 1345 mal, den 100sten Theil 67 mal, den 1000000sten Theil 244025 mal ꝛc. nehmen.

Ich bemerke dieses hier wegen der in diesem Theile im II. Hauptstücke vorkommenden Tabellen über die Maaße, Gewichte und Münzen; weil bei denselben die Brüche unvermeidlich sind, und die Lehre davon erst im II. Theile vorgetragen wird.

Gegenwärtig genügt es, wenn der Schüler nur die in der Gestalt der Brüche vorkommenden Quotienten lesen und sich von ihrer Bedeutung einen Begriff machen kann.

§. 68.

III. Aufgabe, Zahlen mit einander zu dividiren, wenn der Dividend und der Divisor aus wie immer vielen Ziffern besteht.

Auflösung:

1) Man schreibe jetzt den Divisor links unter den Dividend, und nehme auf dieser Seite so viele Ziffern des Dividends, daß der Divisor **wenigstens einmal** darin enthalten ist;

2) Ist das erste links stehende Ziffer des Divisors kleiner, oder eben so groß, als das erste Ziffer des Dividends, so dividire man, indem man bei der linken Seite anfängt, mit jenem dieses Letztere, und sehe dabei bloß auf den natürlichen Werth der Ziffern;

3) Nun untersuche man, ob der erste Partial-Quotient (indem das erste Ziffer des Quotienten

nur ein Theil des ganzen Quotienten ist) nicht zu groß genommen wurde. Dieses erfährt man, wenn man, ohne die Zahlen anzuschreiben, gleich im Kopfe

a) den ersten Partial=Quotienten mit dem ersten Ziffer des Divisors multiplizirt, und von dem ersten Ziffer des Dividends abzieht;

b) den Rest nehme man zehnfach, zähle ihn zum folgenden Ziffer des Dividends, und dividire nun diese Summe mit dem zweiten Ziffer des Divisors, man muß wieder den vorigen Partial=Quotienten erhalten;

c) den jetzigen Rest, den man nach der vorgenommenen Subtraktion erhält, nehme man wieder zehnfach, und verfahre auf die vorige Weise;

d) erhält man einmal einen Rest, der größer ist als 9, dann darf man die Untersuchung nicht mehr fortsetzen, weil jetzt der angenommene erste Partial=Quotient nicht mehr zu groß sein kann;

4) Ist der Divisor der Art, daß er in eben so vielen zur Division genommenen Ziffern, als er selbst hat, nicht einmal enthalten ist, so nehme man vom Dividend um 1 Ziffer mehr, er ist darin wenigstens einmal enthalten, dividire nun mit dem ersten Ziffer des Divisors die beiden ersten Ziffern des Dividends, und stelle dann die eben erwähnte Untersuchung an, damit man es zum voraus weiß, daß der angenommene Partial=Quotient nicht zu groß ist;

5) Mit diesem ersten Ziffer des Quotienten multiplizire man den ganzen Divisor, subtrahire das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern, und setze dem Reste das nächstfolgende Ziffer des Dividends bei;

6) Nun dividire man auf die eben angegebene

Weise, und setze das Verfahren so lange fort, bis man alle Ziffern des Dividends herabgesetzt, und also den ganzen Dividend dividirt hat;

7) Sollte man einmal den Rest, nachdem man ihm das nächste Ziffer des Dividends beigesetzt hat, nicht dividiren können (welcher Fall sich dann ergibt, wenn der Divisor größer ist, als die zur Division vorhandenen Ziffern), so setze man Null (0) als Quotienten, und setze dann das folgende Ziffer herunter;

8) Weil man nach Nro. 3. im Kopfe subtrahiren muß, so setze man, um dieses zu erleichtern, jedesmal den Divisor unter den Rest, nachdem man diesem das folgende Ziffer beigefügt hat. — Auch hier muß der Rest immer kleiner sein als der Divisor, weil sonst der Partial-Quotient zu klein wäre, gleichwie dieser zu groß wäre, wenn man das Produkt nicht abziehen könnte;

9) Bleibt zuletzt ein Rest, und es ist im Dividend kein Ziffer mehr übrig, so ist dann die Division beendet, und man setzt den Rest, wie er noch durch den Divisor dividirt werden soll, dem Quotienten bei. — Auch hier bezeichne man die zur Division herunter gesetzten Ziffern des Dividends unten mit einem Striche, oder einem andern Zeichen.

§. 69.

Anwendung dieser Regel.

Es sei 2'067.696 durch 5976 zu dividiren.

Auflösung:

Weil hier der Divisor 5976 in den ersten 4 Ziffern des Dividends 2067 nicht ein ganzes Mal (einmal), oder wie man sich gewöhnlich ausdrückt, nicht enthalten ist, so nehme man zur ersten Division die 5 links stehenden Ziffern des Dividens 20676, und schrei-

be nun, da die Zahl 20676 um ein Ziffer mehr hat, als der Divisor 5976, die Ziffern so unter einander, daß 5 unter 0, 9 unter 6 ꝛc. zu stehen kömmt.

Wäre aber der Divisor in so vielen zur Division genommenen Ziffern, als er selbst hat, wenigstens einmal (ein ganzes Mal) enthalten, so müßte man den Divisor unter diese Ziffern von der Linken zur Rechten der Ordnung nach anschreiben, wo dann unter das erste Ziffer derselben das erste Ziffer des Divisors zu stehen kommen würde.

Dividend	2067696	
Divisor	:5976	

1) Man sage nun: 5 in 20 geht 4 mal, aber 9 in 6 geht nicht 4 mal, daher ist der Partial-Quotient 4 zu groß, man nehme also 3, 5 in 20 geht 3 mal, 3 mal 5 ist 15, 15 von 20 bleibt 5, 9 in 56 muß auch 3 mal gehen, 3 mal 9 ist 27, und 27 von 56 bleibt 29, also eine Zahl, die schon größer ist als 9, man darf also mit 7 und 6 nicht mehr die Untersuchung fortsetzen; den Partial-Quotienten 3 schreibe man rechts, multiplizire damit den ganzen Divisor, ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern ab, und setze dem Reste das folgende Ziffer bei:

	2067696	3
	:5976	
Produkt	17928	
Rest	27489	
Divisor	:5976	

2) Man sage nun: 5 in 27 geht 5 mal, weil aber 5 zu groß ist, da 9 in 24 nicht 5 mal enthalten ist, so nehme man 4 als den zweiten Partial-Quotienten, und verfahre auf die vorige Weise:

	2067696	34
	:5976	
	17928	
	27489	
	:5976	
Produkt	23904	
Rest	3585	

3) Zum Reste setze man wieder das folgende Ziffer, und verfahre auf die angegebene Weise:

Dividend	2067696	346 Quotient
Divisor	:5976ǀǀ	
	17928	
	27489	
Divisor	:5976	
	23904	
	35856	
Divisor	:5976	
Produkt	35856	
Rest	——	

Man erhält also, daß 2067696 : 5976 = 346.

§. 70.

Beweis, die in den §§. 66. und 68. angeführten Regeln betreffend.

1) Alle Theile zusammen geben das Ganze, es wird also der ganze Dividend mit dem Divisor dividirt werden, wenn man alle Theile des Dividends dividirt;

2) Nun aber dieses geschieht eben, wenn man nach den in den §§. 66. und 68. aufgestellten Regeln verfährt;

3) Also ist die Summe der Partial-Quotienten der gesuchte Quotient des ganzen Dividends und Divisors, d. h., man erhält dadurch wirklich eine Zahl, welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist;

4) Hat man den Divisor unter den Dividend links hin geschrieben, so folgen im Quotienten noch eben so viele Ziffern, als viele vom Dividend rechts noch übrig sind; man darf also auf jenen Lokalwerth nicht sehen, der sich wegen der im Dividend noch folgenden Ziffern ergibt.

§. 71.

IV. Aufgabe, Zahlen mit einander zu dividiren, wenn nur der Dividend am Ende Nullen hat.

Auflösung:

1) Man dividire ganz auf die angegebene Weise, ohne daß man die Nullen wegschneidet;

2) Erhält man einmal nach vorgenommener Subtraktion keinen Rest, so ist die Division beendet;

3) Man setze nun dem Quotienten so viele Nullen bei, als viele noch im Dividend übrig sind.

Beispiel:

Es sei 288000 durch 48 zu dividiren.

Auflösung:

Dividend	288000	6
Divisor	:48	
Produkt	288	
	—	

Man setze also zu 6 noch 3 Nullen hin, man erhält daß 288000 : 48 = 6000.

Weil noch 3 Nullen im Dividend sind, so ist der Dividend 1000 mal größer, als er es ohne dieses sein würde, es muß also eben deßwegen der Quotient 1000 mal größer werden, d. h., man muß ihn noch mit 1000 multipliziren, welches durch die beigesetzten drei Nullen geschieht (§. 54.).

§. 72.

V. Aufgabe, Zahlen mit einander zu dividiren, wenn nur der Divisor am Ende Nullen hat.

Auflösung:

1) In diesem Falle schneide man im Divisor die Nullen weg, und auch im Dividend von der

rechten zur linken Seite so viele Ziffern, als der Divisor Nullen hat.

2) Die noch übrigen Ziffern dividire man nach §. 68.;

3) Dem Quotienten füge man den letzten Rest, wenn sich einer ergibt, bei, nachdem man ihm die im Dividend weggeschnittenen Ziffern beigesetzt hat; ist kein Rest zuletzt geblieben, so setze man bloß diese weggeschnittenen Ziffern bei, und setze darunter den ganzen Divisor, nachdem man vorhin den Querstrich gezogen hat, zum Zeichen, daß der Rest mit dem ganzen Divisor noch dividirt werden soll;

4) Würde der Divisor nur 1 mit angehängten Nullen sein, dann unterbleibt die Division.

Der Grund des Verfahrens geht aus dem Gesagten hervor.

Beispiel:

Es sei 289345 durch 4000 zu dividiren.

Auflösung:

1) Vom Divisor schneide man die 3 Nullen weg, und vom Dividend die letzten 3 Ziffern, also 345;

2) Man dividire 289 durch 4, man erhält zum Quotienten 72 sammt dem Reste 1, zu diesem setze man die abgeschnittenen Ziffern 345, man erhält, daß 289345 : 4000 = 72 $^{1345}/_{4000}$.

Wird man z. B. 45967 durch 100 dividiren, so erhält man zum Quotienten 459 $^{67}/_{100}$, das heißt, 45967 : 100 = 459 $^{67}/_{100}$.

§. 73.

VI. Aufgabe, Zahlen mit einander zu dividiren, wenn der Dividend und der Divisor am Ende Nullen haben.

Auflösung:

1) Man schneide vor der Division bei beiden gleich viele Nullen weg;

2) und verrichte nun die Division auf die vorige Weise, wo dann, wenn auch ein Rest bleiben sollte, die weggeschnittenen Nullen nie wieder dazu zu rechnen sind.

Es sei z. B. 16.293'600.000 durch 6'789.000 zu dividiren; man schneide also beiderseits drei Nullen weg, und dividire dann 16293600 durch 6789, man erhält 2400 als Quotienten.

Grund des Verfahrens.

1) Bei beiden — dem Dividend und Divisor gleich viele Nullen wegschneiden, heißt eben so viel, als sie mit der nämlichen Zahl — mit 1 sammt angehängten Nullen, als „10, 100, 1000 etc." dividiren;

2) der Quotient bleibt unverändert, wenn man den Dividend und Divisor mit der nämlichen Zahl dividirt (§. 64.)

3) also erhält man auch den wahren Quotienten, wenn man gleich vor der Division im Dividend und Divisor gleichviele Nullen wegschneidet, und diese gar nicht mehr in Anschlag nimmt.

§. 74.

Zweifache Probe der Division.

A) Durch Division.

Wenn bei der Division kein Rest geblieben ist, so dividire man mit dem Quotienten den Dividend, man muß den Divisor erhalten; ist aber bei der Division ein Rest geblieben, so dividire man ebenfalls den Dividend, nachdem man diesen Rest vorhin davon abgezogen hat, mit der ganzen Zahl des Quotienten, man muß auch wieder den vorigen Divisor erhalten.

Beweis:

1) Der Divisor mit dem ganzen Quotienten multiplizirt gibt den Dividend wieder (§. 61. Zus. I.);

2) Ein Faktor ist im Produkte so oft enthalten, als es der andere Faktor anzeigt (§. 63.);

3) Also muß auch der Dividend, wenn der Rest, im Falle einer blieb, vorhin davon abgezogen worden ist, mit dem Quotienten dividirt, in soferne er eine ganze Zahl ist, genau den vorigen Divisor wieder geben.

Im §. 69. hat man zum Quotienten die Zahl 346 erhalten; dividirt man damit den nämlichen Dividend 2'067.696 so erhält man wieder 5976.

B) Durch Multiplikation.

Man multiplizire den Quotienten mit dem Divisor, und addire zum Produkte den zuletzt erhaltenen Rest.

Der Grund des Verfahrens liegt im I. Zus. des §. 61.

Man findet daher für die in den §§. 69. und 73. vorkommenden Beispiele die Probe der Division in den §§. 52. und 55.

Im Beispiele des vorigen §. ist 72 der Quotient, und 1345 der zuletzt gebliebene Rest. Man multiplizire nun 72 mit dem Divisor 4000, und addire zum Produkte den Rest 1345, man erhält wieder den Dividend 289345; oder man subtrahire den Rest 1345 vom Dividend 289345, die dadurch erhaltene Zahl 288000 dividire man mit dem Quotienten 72, man erhält zum neuen Quotienten die Zahl 4000, welche bei der ersten Division der Divisor gewesen ist.

§. 75.

Probe der Multiplikation durch die Division.

1) Man dividire mit dem Multiplikand das Produkt, man erhält den Multiplikator; oder

2) man dividire mit dem Multiplikator das Produkt, man erhält wieder den Multiplikand (§. 63.).

3) Hat man das Produkt dadurch erhalten, daß man mehr als 2 Faktoren mit einander multiplizirte, so multiplizire man zur Probe nach §. 57.

abermal alle Faktoren, mit Ausnahme eines beliebigen Faktors, und dividire das erste Produkt durch das jetzt erhaltene Produkt, es muß, im Falle die Rechnung richtig ist, jener Faktor, mit dem man bei der zweiten Multiplikation nicht mehr multiplizirte, als Quotient zum Vorscheine kommen. (§. 63.).

Für die in den §§. 52. und 55. vorkommenden Beispiele geben die §§. 69. und 73. die Probe.

§. 76.

Wiederholung in Fragen.

1) Was will dieses sagen: Zahlen mit einander dividiren? 2) Was ist der Quotient, der Dividend und der Divisor? 3) Woher kommen die Ausdrücke: Quotient, Dividend und Divisor? 4) Was ist die Division? 5) Welche Rechnungsarten kommen bei der Division in Anwendung? 6) Warum kann das Einmaleins zugleich auch als Divisions-Tabelle benützt werden? 7) Warum bleibt der Quotient unverändert, wenn man den Dividend und den Divisor mit der nämlichen Zahl multiplizirt oder dividirt? 8) Wie kann man wissen, daß der jedesmal genommene Partial-Quotient weder zu groß noch zu klein ist? 9) Wie kann man sich beim Dividiren die Arbeit abkürzen, wenn am Ende Nullen vorkommen? 10) Nach welcher Regel dienen sich die Division und Multiplikation wechselweise zur Probe?

§. 77.

Beispiele zur Uebung.

I.

Zufolge vorgenommener Vermessungen ist die königliche Haupt- und Residenzstadt München von Regensburg in gerader Linie 347717 baierische Schuh entfernt; wie viel beträgt diese Entfernung baierische Meilen und Stunden, da bekanntlich die baierische Chaussee-Meile 25406, und die Stunde 12703 baierische Schuh hat?

II.

Sechs Personen haben mit einander zu gleichen Theilen 10368 fl. zu vertheilen; wie viel trifft es jeder?

III.

Die Knochen in dem menschlichen Körper wiegen gewöhnlich den dritten Theil von der Schwere des ganzen Körpers; wenn nun jemand 180 Pfund schwer ist, was wiegen seine Knochen?

IV.

Für 40488 fl. sollen 6 Häuser, die alle vom nämlichen Werthe sind, gebaut werden; wie viel wird auf ein Haus gerechnet?

V.

Julius Cäsar führte zuerst zu Rom das Sonnenjahr ein, und rechnete es genau auf 365 Tage und 6 Stunden, ein Schaltjahr aber auf 366 Tage, weßwegen das vierte allezeit ein Schaltjahr ist. Wie viel solche Schaltjahre sind nun nach Cäsar's Einrichtung seit Christi Geburt bis auf das Jahr 1816 schon gewesen?

VI.

Eine Summe von 11160 fl. ist von 45 Gemeinden zu gleichen Theilen zu bezahlen; wie viel trifft es einer jeden?

Anmerkung: Die meisten der sowohl in diesem §., als auch im §. 60. angeführten Multiplikations- und Divisions-Beispiele sind eigentlich solche Aufgaben, die, wie man in der Folge sehen wird, zur so genannten Regel-Detri gehören. Dessen ungeachtet konnte ich sie doch zur Uebung ohne Bedenken gleich jetzt aufstellen, weil es theils aus dem Inhalte des jedesmaligen Abschnittes, theils aus den vorliegenden Aufgaben selbst ersichtlich ist, daß sie durch eine bloße Multiplikation oder Division aufgelös't werden könnten.

II. Hauptstück.

Vom Reduziren und von den 4 Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

I. Abschnitt.

Vom Reduziren.

I.

Erklärungen.

§. 78.

a) Eine ganze benannte Zahl heißt jene Zahl, die als Inbegriff mehrerer Einheiten bestimmter Art genommen wird (§. 2. und §. 4.); z. B. 3 Gulden, 8 Personen ꝛc.

Bei den benannten Zahlen wird zugleich auch bestimmt angegeben, von was für Dingen die Rede ist, während bei den unbenannten Zahlen, z. B. wenn ich nur sage, 3 oder 8, bloß der Innbegriff — die Summe der vorhandenen Einheiten ausgedrückt wird. Um deßwillen werden jene von einigen auch konkrete, diese hingegen abstrakte Zahlen genannt.

b) Gleichartige Größen (§. 2. b.) nennt man dann die benannten Zahlen, wenn sie Dinge der nämlichen Art und Beschaffenheit bezeichnen: z. B. Waare und wieder Waare der nämlichen Sorte, eine Summe Geldes und wieder Geld ꝛc.

c) Ungleichartige Größen heissen jene benannte Zahlen, die ganz verschiedene Dinge anzeigen; z. B. 1 Maaß Wein und 1 Elle Tuch.

d) Die Größen, welche entweder ungleichartig, oder gleichartig sind, und im letztern Falle ebenfalls unter einer verschiedenen Benennung ausgedrückt werden, heissen ungleichnamig; z. B. 6 Gulden und

8 Kreutzer, dann 12 Zentner und 24 Loth der nämlichen Waare.

e) Im Gegentheile heissen die gleichartigen Größen gleichnamig, wenn sie zugleich eine, und die nämliche Benennung haben; z. B. 100 fl. Kapital, und 400 fl. Kapital.

f) Reduktionszahl heißt jene Zahl, welche angibt, wie viel niedere Einheiten bestimmter Art zu nehmen sind, um eine höhere Einheit zu erhalten (§. 3.); z. B. für Kreutzer und Gulden ist die Reduktionszahl 60, weil 60 kr. einen Gulden geben.

g) Unter Reduziren (reduco, zurückführen) versteht man jene Veränderungen, durch welche benannte Zahlen, ohne den Werth der vorkommenden Größen zu verändern, auf andere Zahlen niederer oder höherer Art gebracht werden; z. B. ich reduzire, wenn ich Gulden zu Kreutzern, oder umgekehrt die Kreutzer so zu Gulden mache, daß ich immer eine und die nämliche Summe Geldes, wiewohl unter einer verschiedenen Benennung, habe.

II.

Einige Reduktionszahlen, vorzüglich in Absicht auf die baierischen Maaße, Gewichte rc.

§. 79.

Das Längenmaaß betreffend.

1) Um Längen zu messen, und somit ihre Größe in Zahlen anzugeben (§. 2. e.), hat man Längen von bestimmter Größe.

2) Diese Längenmaaße haben ihre eigenen Benennungen, und heissen: Fuß oder Schuh, Elle, Klafter, Ruthe, Stunde und Meile, je nachdem die zu bestimmende Länge größer oder kleiner ist.

3) Um die Verhältnisse der verschiedenen Längenmaaße zu bestimmen, ist der ehemalige königliche Pariser Fuß als die gemeinschaftliche Einheit, womit die übrigen Längenmaaße verglichen werden, angenommen worden.

4) Das Verhältniß des baierischen Fußes zu dem ehemaligen königl. Pariser Fuß ist = 1000 : 1113; dasselbe wurde durch die königl. baier. Akademie mit aller Schärfe bestimmt. Theilet man nun den Pariser Fuß in 144 gleiche Theile, welche Linien genannt werden, so hält der baier. Fuß nach dem eben erwähnten Verhältnisse 129 $^{38}/_{100}$ (129, 38) solche Theile.

5) Gesetzlich gelten nun für die sämmtlichen baier. Staaten (Regierungsblatt XX. Stück, den 11. März 1809, Seite 473) nachstehende Bestimmungen:

a) für das Längenmaaß ist der altbaierische Fuß die Einheit. Der Fuß ist in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien getheilet; dieser baier. Fuß hält 129 $\frac{38}{100}$ (ist = 129, 38) Duodezimal-Linien des ehemaligen königl. Pariser Fußes;

b) die Klafter (Toise als Längenmaaß) hält 6 baierische Fuß;

c) die geometrische Ruthe (die Ruthe im Dezimalmaaße) ist 10 baier. Fuß lang;

d) die baierische Elle hält 2 baier. Fuß und 10 $\frac{1}{4}$ Zoll; eine solche baier. Elle ist daher = 369 $\frac{27}{100}$ (369, 27) Pariser Linien.

6) Die geographische oder sogenannte deutsche Meile, derer 15 einen Meridiangrad ausmachen, hält nach Klügel 22869 $^{6}/_{10}$, hingegen aber nach den neuesten französischen Vermessungen 22803 $^{29}/_{100}$ (22803, 29) Pariser Fuß, und daher 25380 $^{76}/_{1000}$ (25380, 076) baierische Fuß.

7) Die baierische Chausseemeile betrug ehemals 26000 baier. Fuß, und somit die sogenannte Stunde, welche die Hälfte einer solchen Meile ist, 13000 baierische Fuß. Gegenwärtig hält die baierische Chausseemeile 25406 baierische Fuß = 22826 $^{6}/_{10}$ Pariser Fuß, mithin eine Chausseestunde 12703 baier. Fuß, in welcher Entfernung auch die Stundensäulen gesetzt sind.

8) Man unterscheidet den geometrischen und den bürgerlichen Fuß (oder Werkschuh). Jener

wird nach dem Dezimal-, dieser nach dem Duodezimalmaaße eingetheilt.

9) Im Duodezimalmaaße ist die **Ruthe** eine Länge von 12 Fuß.

10) Man drückt Ruthen, Fuß, Zoll, Linien, Skrupel durch die rechts oben an die Zahlen gesetzten Zeichen ($^{\circ}$, $'$, $''$, $'''$, $''''$,) aus; z. B. $25^{\circ}\ 8'\ 5''\ 4'''\ 3''''$ lies't man: „25 Ruthen, 8 Fuß, 5 Zoll, 4 Linien, 3 Skrupel."

Eintheilung des Fußmaaßes überhaupt.

a) Im Duodezimalmaaße.

Fuß	Zoll	Linien	Skrupel
1 Fuß	12	144	1728
	1 Zoll	12	144
		1 Linie	12
			Skrupel

b) Im Dezimalmaaße.

Fuß	Zoll	Linien	Skrupel
1 Fuß	10	100	1000
	1 Zoll	10	100
		1 Linie	10
			Skrupel

Anmerkung: 1) Die Skrupel werden von einigen auch Punkte genannt.

2) Man lies't z. B. die Tabelle bei a auf folgende Weise: 1 Fuß hält 12 Zoll, ein Fuß hat 144 Linien, derselbe hat 1728 Skrupel; dann 1 Zoll hat 12 Linien, derselbe hat 144 Skrupel rc.

3) Wie die hier vorkommenden Brüche zu lesen, und in welcher Bedeutung sie zu nehmen seien, ist aus der dem §. 67. beigefügten 1. und 2. Anmerkung ersichtlich.

4) Die Verhältnisse der Maaße, Gewichte und Münzen werden gewöhnlich durch Dezimalbrüche ausgedrückt; ich fügte aber diese manchmal nur mittels der Einklammerungszeichen bei, und drückte zur größeren Verständlichkeit die Resultate in der Gestalt der gemeinen Brüche aus.

Wenn demnach hier auf eine Zahl unmittelbar eine eingeklammerte Zahl folgt, so ist diese wieder die nämliche Zahl, und wie die erste zu lesen und zu verstehen.

§. 80.

Das Flächenmaaß.

1) Kleinere Flächen werden durch Quadratschuh, Quadratzoll ꝛc., d. h., durch Flächen von bestimmter Größe gemessen, die in der Länge und Breite einen Fuß, einen Zoll ꝛc. halten.

2) Bei größeren Flächen dient zum Maaße das Tagwerk, Morgen oder Juchert (Juchart, Jauchert), welches in Baiern zufolge gesetzlicher Bestimmung genau 40000 baierische Quadratfuß hält (kön. baier. Reggsbl. XX. St. den 11. März 1809. S. 474.)

3) Der baier. Quadratfuß oder Quadratschuh hält beinahe 116 $^{244055}/_{1000000}$ (116, 244055) Pariser Quadratzoll.

4) Die Klafter als Flächenmaaß, d. h., die baier. Quadratklafter hält 36 baier. Quadratfuß.

5) Die baier. Quadratruthe hält im Dezimalmaaße 100, hingegen aber im Duodezimalmaaße 144 baier. Quadratfuß.

6) Das vorhin erwähnte baier. Tagwerk oder Juchart, welches = 40000 baier. Quadratfuß, hält demnach 400 baier. Quadratruthen, und ist somit die Fläche eines regulären Viereckes, welches 200 baier. Fuß lang, und eben so breit ist.

7) Das größte Flächenmaaß ist endlich die Quadratmeile, d. h., die Fläche eines Quadrates, oder regulären Viereckes, welches in der Länge eine Meile, und in der Breite ebenfalls eine Meile hat.

Die Quadratmeile in Baiern hält 645'464.836 baier. Quadratfuß.

Die deutsche Quadratmeile hält 519'990.034 $^{8241}/_{10000}$ (519'990.034, 8241) französische Fuß.

8) Anstatt Quadratmeile, Quadratfuß, Quadratzoll ꝛc. wird kürzer geschrieben „□ Meile, □ Fuß,

□ Zoll ꝛc.“, aber wieder wie vorhin gelesen, nämlich „Quadratmeile, Quadratfuß ꝛc.“

Eintheilung des Quadratfußes.

a) Im Duodezimalmaaße.

□ Fuß	□ Zoll	□ Linien	□ Skrupel
1 □ Fuß	144	20736	2'985.984
	1 □ Zoll	144	20736
		1 □ Linie	144
			□ Skrupel

b) Im Dezimalmaaße.

□ Fuß	□ Zoll	□ Linien	□ Skrupel
1 □ Fuß	100	10000	1'000.000
	1 □ Zoll	100	10000
		1 □ Linie	100
			□ Skrupel

§. 81.

Körpermaaß.

1) Körper werden wieder durch Körper von bestimmter Größe gemessen.

2) Einen Körper messen heißt vermittelst eines anderen Körpers, dessen Größe schon zum voraus gegeben und bekannt ist, die Größe des Raumes angeben, den ein gewisser Körper einnimmt, mithin bestimmen, wie oft das gebrauchte Körpermaaß genommen werden muß, um den zu bestimmenden Körper zu erhalten (§. 2. e.).

3) Unter Kubikfuß oder Kubikschuh versteht man einen Würfel, der 1 Fuß in der Länge, 1 Fuß in der Breite, und 1 Fuß in der Höhe hat. Unter Würfel versteht man in der Geometrie jenen regulären Körper (das Hexaedrum), welcher durch sechs gleiche reguläre Vierecke (Quadrate) begränzt ist.

Der baierische Kubikfuß hält 1253 $^{307626}/_{1000000}$ (1253, 307626) französische Kubikzoll.

4) Die baier. Kubikruthe hält im Dezimalmaaße 1000, hingegen aber im Duodezimalmaaße 1728 baier. Kubikfuß.

5) Das größte Körpermaaß ist die **Kubikmeile**, d. h., ein Würfel, der eine Meile in der Länge, eine in der Breite, und eine in der Höhe hat.

6) In Absicht auf die **baier. Klafter** als **Holzmaaß** (das Holz-Klaftermaaß) ist nachträglich zum Edikte vom 28. Febr. 1809, die Einführung gleicher Maaße und Gewichte im Königreiche Baiern betreffend, Folgendes gesetzlich bestimmt worden:

„Von nun an soll in dem Königreiche Baiern auch ein gleiches Holz-Klaftermaaß, und zwar sechs Fuß breit, sechs Fuß hoch, und drei einen halben Fuß tief, bestehen. Der Kubikinhalt des Holzmaaßes berechnet sich demnach auf 126 Kubikfuß.

Alles Brennholz, das im Innlande zum Verkaufe gebracht wird, soll nach diesem Maaße behandelt werden." (K. baier. Reggsbl. LXXII. St. — München den 13. Nov. 1811, S. 1667).

7) Zum Körpermaaße gehört auch das Getraid-, Mehl-, Kalk- und Getränkmaaß; dann werden einige Körper gezählet, z. B. das Papier, andere hingegen nach dem Gewichte bestimmt; wovon in den folgenden §§. die Rede sein wird.

Eintheilung des Kubikfußes.

a) Im Duodezimalmaaße.

Kubikfuß	Kubikzoll	Kubiklinien	Kubikskrupel
1 Kubikfuß	1728	2'985.984	5.159'780.352
	1 Kubikzoll	1728	2'985.984
		1 Kubiklinie	1728
			Kubikskrupel

b) Im Dezimalmaaße.

Kubikfuß	Kubikzoll	Kubiklinien	Kubikskrupel
1 Kubikfuß	1000	1'000.000	1.000'000.000
	1 Kubikzoll	1000	1'000.000
		1 Kubiklinie	1000
			Kubikskrupel

§. 82.

Baierisches Getränkmaaß.

1) Einige flüßige Körper, als Wein, Bier rc. werden nach ihrem körperlichen Inhalte, d. h., nach der Größe des Raumes, den sie einnehmen, gemessen.

2) Vermöge einer königl. Verordnung (Reggsbl. XX. St., den 11. März 1809, S. 474) ist im ganzen Königreiche Baiern die Maaßkanne, welche 43 baier. Dezimal-Kubikzoll, folglich $53\,{}^{8923}/_{10000}$ (53, 8923) Pariser Duodezimal-Kubikzoll hält, als Einheit für die Flüßigkeiten festgesetzt.

3) Der baier. Visiereimer hält 64 Maaßkannen (64 baier. Maaß), und ist = 2752 baier. Dezimal-Kubikzoll = $4755\,{}^{456}/_{1000}$ baier. Duodezimal-Kubikzoll = $3449\,{}^{1072}/_{10000}$ Pariser Duodezimal-Kubikzoll.

4) Der baier. Schenkeimer beträgt 60 Maßkannen (60 baier. Maß), und ist = 2580 baier. Dezimal-Kubikzoll = $4458\,{}^{14}/_{100}$ baier. Duodezimal-Kubikzoll = $3233\,{}^{538}/_{1000}$ franz. Kubikzoll.

5) Beim Weinmaaße ist auch das Fuder oder Ohm üblich, welches nicht überall auf die nämliche Weise eingetheilt wird. Nach Angabe des Herrn Professors Weigl wird das Ohm in zwei Eimer, der Eimer in 4 Viertel, und dieses in 15 Maaß eingetheilt. — In Holzapfels Beiträgen zum Kopfrechnen (München 1806, im kön. baier. deutschen Schulbücher-Verlage am Rindermarkte) wird das Fuder in 6 Ohm, ein Ohm in 2 Eimer, ein Eimer in 60 Maaß, und diese in 2 Halbe (Seidel), oder in 4 Quartl abgetheit.

Eintheilung des baier. Schenkeimers.

Eimer	Maaß	Halbe Maaß oder Seidel	Viertel Maaß oder Quartl	Achtel Maaß oder Achterl
1 Eimer	60	120	240	480
	1 Maaß	2	4	8
		1 Halbe Maaß oder 1 Seidel	2	4
			1 Quartel	2
				Achterl

Anmerkung: Die Viertelmaaß oder das Quartel nennt man auch einen Schoppen, und die Achtelmaaß oder das Achterl einen halben Schoppen oder auch einen Pfiff.

§. 83.

Baierisches Getraid-, Mehl- und Kalkmaaß.

1) Das gegenwärtig für das ganze Königreich Baiern vorgeschriebene Getraidmaaß ist das so genannte Münchner Schäffel. Das Mutterschäffel, welches auf dem Rathhause zu München aufbewahrt wird, besteht aus einem kupfernen abgekürzten Kegel.

2) Die gesetzmäßige Größe des baier. Schäffels beträgt nun 208 baier. Maaß, oder 8944 baier. Dezimal-Kubikzoll = $15455\,{}^{232}/_{1000}$ baier. Duodezimal-Kubikzoll = $11209\,{}^{598}/_{1000}$ franz. Duodezimal-Kubikzoll.

3) Nach diesem Maaße werden alle Getraidarten im ganzen Königreiche gemessen (kön. baier. Reggsbl. XX. St., den 11. März 1809. S. 474). Beim Haber hielt früher das Schäffel um den 6ten Theil, das ist, um einen Metzen mehr, man maß nämlich das gewöhnliche Schäffel, und gab noch einen gewöhnlichen Metzen dazu, so daß also ein Haberschäffel $^7/_6$ Korn- oder Waizenschäffel betrug, und dieses war auch von allen Unterabtheilungen zu verstehen, nämlich der Habermetzen war wieder = $^7/_6$ Kornmetzen = $2\,^1/_3$ Korn- oder Waizenviertel ꝛc.

4) Gegenwärtig wird, um beim Getraidmaaße eine Gleichförmigkeit zu haben, auch das Schäffel Haber zu 6 Metzen gerechnet, wodurch dann die Eintheilung des Habermaaßes mit jener des Kornmaaßes ganz die nämliche, und somit bei den Reduktionen des Habermaaßes ebenfalls nachstehende Tabelle, welche die Eintheilung des baier. Getraidmaaßes darstellt, zu benützen ist.

5) Das **Mehl** wird mit dem Getraidmaaße gemessen.

6) Hinsichtlich des **Kalkmaaßes** ist Folgendes gesetzlich bestimmt worden:

1) „Es soll, vom 1. Oktober l. J. 1811 anfangend, im ganzen Königreiche Baiern ein gleiches Kalkmaaß bestehen.

2) Die Einheit des Kalkmaaßes soll der in der allgemeinen Verordnung vom 28. Febr. 1809 über Einführung gleicher Maaße und Gewichte vorgeschriebene **baierische Metzen** sein; auch bei Kalk machen 6 Metzen ein Schäffel, 24 Metzen aber eine Muth; doch soll dieser Metzen als Kalkmaaß nicht wie bei dem Getraide zylindrisch, sondern ein abgekürzter Kegel sein, und zwar dergestalt, daß der obere Durchmesser 1 Fuß 3 Zoll, der untere Durchmesser 1 Fuß 6 Zoll, und die Höhe desselben 11 Zoll 11 $\frac{2}{5}$ Linien messe.

Weil bei dem Kalk das bisher gebrauchte Maaß immer gehäuft wurde, um die zwischen den Kalksteinen in dem Maaße selbst entstehenden Lücken zu ersetzen, so soll die Methode des Haufens bei der Ausmessung des Kalkes auch bei dem neuen Metzen noch beibehalten, und angewendet werden.“ (K. baier. Reggsbl. LXII. St. München den 3. Juli, 1811, S. 819).

Eintheilung des baierischen Getraidmaaßes.

Schäffel	Metzen	Viertel, 1/2 Metzen	1/2 Viertel, 1/4 Metzen	Viertling, Maßl, oder 1/8 Metzen	1/2 Viertling 1/2 Maßl, oder 1/16 Metzen	Dreißger, 1/32 Metzen	1/2 Dreißger, 1/64 Metzen
1 Schäffel	6	12	24	48	96	192	384
	1 Metzen	2	4	8	16	32	64
		1 Viertel oder 1/2 Metzen	2	4	8	16	32
			1/2 Viertel oder 1/4 Metzen	2	4	8	16
				1 Viertling, Maßl, oder 1/8 Metzen	2	4	8
					1/2 Viertling 1/2 Maßl, od. 1/16 Metzen	2	4
						1 Dreißger oder 1/32 Metzen	2
							1/2 Dreißger oder 1/64 Metzen

Anmerkung: Anstatt der Benennungen „Viertel und Dreißger" wählt man passender die Ausdrücke „Halber Metzen, und ein Zweiunddreißgerl Metzen oder ein Zweiunddreißger."

§. 84.

Papiermaaß, und einige Maaße anderer Körper, welche gezählt werden.

1) Einige Körper, die von bekannter, und im

Durchschnitte auch gleicher Größe sind, werden gezählet, um ihren Werth bestimmen zu können.

2) Ich führe hierüber nur nachstehende zwei Tabellen an, indem die bei solchen Körpern vorkommenden Reduktionszahlen an jenen Orten, wo man sich derselben bedient, schon zum voraus hinlänglich bekannt sind.

A.

Eintheilung des Papiermaaßes.

Ballen	Riß	Buch	Bogen Schreibpapier	Bogen Druckpapier
1 Ballen	10	200	4800	5000
	1 Riß	20	480	500
		1 Buch	24	25
			Bogen Schreibpapier	Bogen Druckpapier

Anmerkung: Ein Alphabet in der Buchdruckerei hält 23 Bogen.

B.

Maaße solcher Körper, die an einigen Orten auf nachstehende Weise gezählt werden.

Schober (Schock)	Schilling	Mandel	Dutzend	Stück
1 Schober (Schock)	2	4	5	60
	1 Schilling	2	2½	30
		1 Mandel	1¼	15
			1 Dutzend	12
				Stück

Anmerkung: 1) Ein Mandel ist fünfzehn, der Schilling eine Münze, Ein Schilling dreißig (auch 12); Ein Schock ist 60 (neu Schock) und 20 (alt Schock).

2) Nach Holzapfels Angabe hält eine Ballen österreichisches Pfundleder 30 bis 32 Stück Häute, mithin 15 bis 16 Paare solcher Stücke, da ein Paar 2 Stücke hält; ferner eine Ballen Juchten hält 20 auch 25 Rollen, eine Rolle Riemenjuchten hält 10 Häute, eine Rolle Schwerjuchten hält 6 Häute, und ein Puschen hält 10 Stück Kalb- oder Schaffelle.

§. 85.

§. 85.

Baierisches Gewicht.

1) Das holländische Troygewicht wird seit langer Zeit als Maaßstab gebraucht, nach welchem die an verschiedenen Orten eingeführten Gewichte mit einander verglichen werden. Das Troygewicht bekam den Namen von Troyes in der Champagne, wo ehedem sehr ansehnliche Jahrmärkte gehalten wurden.

2) Eine Mark des holländischen Troygewichts ist = 8 Unzen = 160 Engel = 640 Fierling = 1280 Troisken = 2560 Deursken = 5120 Aß = 68933 köln. Richtpfenning, wenn wir nämlich mit Vega annehmen, daß 41 holländische Aß beinahe 552 köln. Richtpfenning geben.

3) Die Kölner-Mark, deren Eintheilung in der nachstehenden Tabelle C. vorkömmt, verhält sich zur holländischen beinahe wie 19 : 20, oder nach kölnischen Richtpfenningen, wie 65536 : 68933, so daß also ein holländisches Aß $13^{47}/_{100}$ (13, 47) kölnische Richtpfenning hat.

4) Das neue französ. Gewicht, welches Gramme genannt wird, hält $20^{8128}/_{10000}$ (20, 8128) Aßen des holländischen Troygewichtes.

5) Im ganzen Königreiche Baiern ist einerlei Gewicht eingeführt, und zugleich sind die hinsichtlich der baierischen Muttergewichte obwaltenden Unbestimmtheiten dadurch gesetzlich gehoben worden, daß im Jahre 1809 dieser Gegenstand von einer königl. baier. Kommission in Untersuchung genommen, ein Gewichteinsatz von einem Pfund als Muttermaaß mit der größtmöglichsten Sorgfalt verfertiget, und daraus folgende gesetzliche Bestimmungen festgesetzt wurden:

a) „Für das Handelsgewicht bleibt in der Folge das Münchner-, oder baierische Pfund die Einheit, und ein solches Pfund kömmt 560 Grammes des französischen Gewichtes gleich. (Königl. baier. Regierungsblatt XX. St. den 11. März 1809. S. 475).

b) Das Apothekergewicht, welches gegenwärtig 7445 holländische Asen (mithin beinahe 358 Grammes) schwer ist, soll um 2 Grammes, oder den 179sten Theil seines Gewichtes vermehrt werden, wodurch es 360 Grammes schwer wird. Das künftige Apothekerpfund verhält sich also zu dem bürgerlichen wie 360 zu 560 oder wie 9 zu 14; das ist: Neun Zivilpfunde geben künftig genau 14 Apothekerpfunde, und da das bürgerliche Pfund in 32 Loth, das Apothekerpfund aber in 12 Unzen, oder 24 Loth getheilt wird, so sind sechs Loth bürgerlichen Gewichts genau sieben Loth des Apothekergewichts, und jede Unze des letztern hält 30 Grammes des kaiserlich französischen Gewichts. Die Einführung dieses Gewichtes soll mit dem 1. Juli 1811 Statt haben. (Königl. baier. Reggsbl. X. St. den 6. Febr. 1811. S. 195.)

c) Das bei dem Konventions-Münzfuße zur Ausmünzung übliche Kölnergewicht, und

d) das bisher schon in dem größten Theile von Baiern als Silbergewicht gebrauchte Wiener-Markgewicht, welches mit dem Kölner in dem bekannten Verhältnisse wie 6 zu 5 steht, soll noch ferner im Gebrauche bleiben, und dieses auch an allen Orten (mit Ausnahme der Stadt Augsburg) als Silbergewicht eingeführt werden. (Königl. baier. Regierungsblatt XXXI. St. den 11. Mai 1811. S. 593)."

6) Diesen Bestimmungen zufolge hält also

a) das baierische Pfund Handelsgewicht 11655 168/1000 (11655, 168) holländ. Asen.

b) das neue Apothekergewicht $7492\,{}^{608}/_{1000}$ (7492, 608) holländ. Asen.

c) das baierische Münzgewicht, oder die Kölnermark $4867\,{}^{5}/_{10}$ (4867, 5) holländ. Asen.

d) Das Silbergewicht, die Wienermark = ${}^{6}/_{5}$ Kölnermark zu 16 Loth, hält 5841 mithin das ganze Pfund zu 2 Mark 11682 holländ. Asen.

A.

Eintheilung des baier. Handelsgewichtes.

Zentner	Pfund	Unzen	Loth	Quintl	Pfenning-Gewicht	Gran
1 Zentner	100	1600	3200	12800	51200	768000
	1 Pfund	16	32	128	512	7680
		1 Unze	2	8	32	480
			1 Loth	4	16	240
				1 Quintl	4	60
					1 Pfenning-Gewicht	15
						Gran

B.

Eintheilung des baierischen, und überhaupt des deutschen Apothekergewichts.

Pfund	Unzen	Loth	Drachma oder Quintl	Skrupel	Gran
1 Pfund	12	24	96	288	5760
	1 Unze	2	8	24	480
		1 Loth	4	12	240
			1 Drachma oder Quintl	3	60
				1 Skrupel	20
					Gran

C.

Eintheilung des baierischen Münzgewichtes, oder der Kölner=Mark.

Mark	Unzen	Loth	Karath	Quintl	Pfenning	Gran	Eschen oder Aß	Richtpfenning
1 Mark	8	16	24	64	256	288	4352	65536
1 Unze		2	3	8	32	36	544	8192
1 Loth			$1\frac{1}{2}$	4	16	18	272	4096
1 Karath				$2\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	12	$181\frac{1}{3}$	$2730\frac{2}{3}$
1 Quintl					4	$4\frac{1}{2}$	68	1024
1 Pfenning						$1\frac{1}{8}$	17	256
1 Gran							$15\frac{1}{9}$	$227\frac{5}{9}$
1 Aß oder Eschen								$15\frac{1}{17}$ Richtpfenning

Anmerkung. In Absicht auf das **Handels-** und **Münzgewicht** kommen auch folgende Eintheilungen vor:

a) Krämergewicht.

Der Zentner hat 100 Pfund (Tabelle A.), oder 2 halbe Zentner, oder 4 viertel Zentner, oder 8 achtel Zentner.

Ein halber Zentner hat 50 Pfund, ein viertel Zentner hat 25 Pfund und ein achtel Zentner hat 12 1/2 Pfund.

Ein Pfund hat 2 halbe Pfund, oder 4 Vierling, oder 8 halbe Vierling, oder 32 Loth.

Ein halbes Pfund hat 16 Loth, ein Vierling hat 8 Loth, und ein halber Vierling hat 4 Loth.

Ein Loth hat 4 Quintel, und 1 Quintel 4 Pfenninggewicht.

b) Silbergewicht.

Ein Mark Silber hält 16 Loth oder 1/2 Pfund, 1 Loth hält 4 Quintel, und 1 Quintel hält 4 Pfenninggewicht.

c) Goldgewicht.

Ein Pfund hält 2 Mark, 1 Mark hält 24 Karath, 1 Karath hält 4 Gran, und 1 Gran hält 3 Grän.

§. 86.

Eintheilung des Kreises.

1) **Kreislinie** wird jene krumme in sich selbst zurückkehrende Linie genannt, deren alle Punkte von einem innerhalb liegenden Punkte gleich weit entfernt sind.

2) Die **Kreislinie** (Circumferentia) wird auch Peripherie (vom griechischen Verbum „περιφέρω — circumfero, herumtragen) genannt; weil dieselbe eben dadurch beschrieben wird, daß man den einen Fuß des Zirkels (jenes Instrumentes, womit man die Kreislinie beschreibt) in der nämlichen Oeffnung ringsherum trägt, während der andere immer auf dem nämlichen Punkte verweilet.

Mit dem Worte Zirkel (vom latein. Substantiv „Circulus") drückt man auch öfters die durch die Kreislinie begrenzte Ebene — den Kreis aus.

3) Gewöhnlich wird die Kreislinie in 360 gleiche Theile, welche **Grade** genannt werden, eingetheilt. Ein Grad wird dann in 60 gleiche Theile, welche Minuten, eine Minute in 60 gleiche Theile, welche Sekunden genannt werden, eingetheilt.

Es ist sowohl hier bei der Eintheilung des Kreises, als auch beim Zeitmaaße üblich, daß die Sekunde in 10 gleiche Theile getheilt wird, welche Zehntel von Sekunden ($^1/_{10}$ Sekunden) genannt werden.

4) In Frankreich wird die Kreislinie in 4 gleiche Theile oder **Quadranten**, ein Quadrant in 100 Grad, 1 Grad in 100 Minuten, und eine Minute in 100 Sekunden, mithin die ganze Kreislinie in 400 gleiche Theile, welche Grade genannt werden, eingetheilt.

5) Die Hälfte der Kreislinie heißt man Halbkreis (Semiperipheria), den 4ten Theil Quadranten (Quadrans) und den 6ten Theil Sextanten (Sextans). Es hat demnach zufolge der gewöhnlichen Eintheilung ein Halbkreis 180, ein Quadrant 90, und ein Sextant 60 Grad.

6) Man bezeichnet Grade, Minuten und Sekunden dadurch, daß man rechts oben an die Zahlen die

Zeichen ° ′ ″ setzet, so heißt z. B. 15° 48′ 36,5″ eben so viel, als „15 Grad, 48 Minuten, 36 Sekunden und 5 Zehntel derselben.“

Gewöhnliche Eintheilung des Kreises zu 360 Grad.

Kreislinie	Halbkreis	Quadrant	Sextant	Grad	Minuten	Sekunden	Zehntel von Sekunden
1 Kreislinie	2	4	6	360	21600	1′296.000	12′960.000
	1 Halbkreis	2	3	180	10800	648000	6,480.000
		1 Quadrant	1 ½	90	5400	324000	3′240.000
			1 Sextant	60	3600	216000	2′160.000
				1 Grad	60	3600	36000
					1 Minute	60	600
						1 Sekunde	10
							Zehntel von Sekunden

§. 87.

Zeitmaaß.

1) Jene Zeit, binnen welcher Tag und Nacht abwechseln, und sich somit die Erde einmal um ihre Axe drehet, heißt **ein Tag**.

2) Der Tag wird in 24 gleiche Theile, welche **Stunden** genannt werden, getheilt.

3) In 365 Tagen und beinahe 6 Stunden bewegt sich die Erde als ein Planet um die Sonne; diese Zeit, binnen welcher die 4 Jahreszeiten abwechseln, heißt **ein Jahr**.

4) Unter **Jahrhundert** oder **Säkulum**, versteht man eine Zeit von 100 Jahren.

5) Das Jahr wird auch in 52 gleiche Theile, welche **Wochen**, und in 12 gleiche Theile, welche **Monate** genannt werden, eingetheilt. Die Namen der 12 Monate mit der Anzahl ihrer Tage findet man in diesem Theile im I. Beispiele des §. 113.

6) Ein **Monat** wird im Durchschnitte zu 30 Tagen gerechnet, indem es Monate gibt, die 30, einen, der weniger, und einige, die mehr als 30 Tage haben.

7) Die **Woche** hat 7 Tage, der Tag 24 Stunden &c., wie man aus der nachstehenden Tabelle ersieht.

8) Das **Vierteljahr** oder **Quartal** (**Quatember**) ist der 4te Theil des ganzen Jahres, und somit eine Zeit von 3 Monaten.

9) Unter **Oktav** versteht man eine Zeit von 8 Tagen.

10) Eine **Lunation** ist die Zeit von einem Neumonde zum andern, und beträgt beinahe 29 Tag 13 Stunden. Man versteht hier unter Lunation den synodischen Umlauf des Mondes, d. i., die Wiederkehr desselben zur Sonne oder zu den nämlichen Lichtgestalten und Vierteln. Die Bewegung des Mondes um die Erde, welche der periodische Umlauf desselben genannt wird, geschieht in 27 Tagen 8 Stunden.

11) Julius Cäsar, ein Römer, führte 46 Jahre vor Christi Geburt zu Rom das **Sonnenjahr** zuerst ein, und ordnete den Kalender so, daß jedes von 3 auf einander folgenden Jahren 365 Tage enthalten, jedes 4te Jahr aber ein Schaltjahre, das 366 Tage hat, sein sollte; weil man glaubte, daß das Jahr genau aus 365 ¼ Tagen bestehe. Allein es besteht nur aus 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 45 Sekunden (365 T. 5 St. 48' 45''), man hatte also in 4 Jahren jedesmal 45 Minuten zu viel; und dieses betrug nach 1500 Jahren 10 Tage. Pabst Gregorius XIII. ließ im Jahre 1582 diese 10 Tage weg, und verordnete für die Zukunft, daß unter den 100 Schaltjahren, die nach Cäsar's Einrichtung in 400 Jahren sein würden, 3 gemeine Jahre bleiben, und in 400 Jahren nur 97 Schaltjahre sein sollten.

Der Unterschied zwischen dem Julianischen und dem Gregorischen Jahre beträgt im Jahre 1701 = 11 Tage, im Jahr 1801 = 12 Tage &c. mithin gegenwärtig 12 Tage.

Diese Differenz ist aber so zu verstehen, daß man nämlich nach dem Julianischen Kalender im Vergleiche mit dem Gregorianischen jetzt immer um 12 Tage zu-

rück, während man nach dem letzteren im Vergleiche mit dem ersteren um 12 Tage vorwärts ist.

12) Die Russen haben noch jetzt das Julianische Jahr; um deßwillen sind sie nun in Absicht auf das Gregorianische Jahr immer um 12 Tage zurück. Wenn ich demnach zufolge Russischer Berichte irgend eine Begebenheit z. B. den 12. Dezember 1812 zugetragen hat, so ist dieselbe nach unserer Zeitrechnung den 24. Dezember des nämlichen Jahres geschehen. Ist also ein gewisses Datum nach dem Russischen Kalender angegeben, so müssen wir noch 12 Tage dazu zählen, um dasselbe nach unserm Kalender auszudrücken, und im umgekehrten Falle müssen wir um 12 Tage rückwärts zählen.

13) Endlich wird das Jahr nach der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik in die 4 bekannten Jahreszeiten „Frühling, Sommer, Herbst und Winter“ eingetheilt. Den 21. März ist der Anfang des Frühlings; es trifft die Frühlings-Nachtgleiche (Aequinoctium vernale) ein, indem da zu Anfang des Frühlings Tag und Nacht gleich ist. Die Sonne durchläuft dann in ihrer scheinbaren Bewegung die 12 Zeichen der Ekliptik, als Widder, Stier, Zwillinge — Krebs, Löwe, Jungfrau — Wage, Skorpion, Schütze — Steinbock, Wassermann, Fische, die man auch durch folgende Verse ausdrückt:

Im Norden sind zu seh'n der Widder und der Stier,
Die Zwillinge; der Krebs und Löw', der Jungfrau Zier;
Im Süden sind die Wag', der Skorpion, der Schütze;
Der Steinbock, Wassermann, der nassen Fische Sitze.

oder:

Sunt: Aries, Taurus, Gemini; Cancer, Leo, Virgo;
Libraque, Scorpius, Arcitenens; Caper, Amphora, Pisces.

Kömmt die Sonne den 21. Juni in das Zeichen des Krebses, so tritt die Sommer-Sonnenwende (Solstitium aestivum) ein, und es ist dann der Anfang des Sommers; — kömmt sie den 23. Sept. in das Zeichen der Wage, so tritt die Herbst-Nachtgleiche (Aequinoctium autumnale) ein, und es ist dann

der Anfang des Herbstes; — kömmt sie endlich den 21. Dez. in das Zeichen des Steinbocks, so tritt die Winter-Sonnenwende (Solstitium brumale) ein, und es ist dann der Anfang des Winters.

14) Das astronomische Jahr, von welchem eben die Rede gewesen ist, fängt den 21. März an, das gewöhnliche Kalenderjahr den 1. Januar, das Etatsjahr im Königreiche Baiern den 1. Oktober ꝛc.

Eintheilung des Zeitmaaßes.

Jahr	Tag	Stunden	Minuten	Sekunden	Terzen
1 Jahr	365	8760	525600	31'536.000	1.892'160.000
	$365\frac{1}{4}$	8766	525960	31'557.600	1.893'456.000
	366	8784	527040	31'622.400	1.897'344.000
	1 Tag	24	1440	86400	5'184.000
		1 Stunde	60	3600	216000
			1 Minute	60	3600
				1 Sekunde	60
					Terzen

§. 88.

Von Münzen.

A.

1) Silber mit Kupfer, und Gold mit Silber oder Kupfer oder mit beiden zugleich legiren oder beschicken, heißt solche Metalle zusammen schmelzen.

2) Feines Gold oder Silber wird jenes genannt, welches keinen Zusatz von einem andern Metalle enthält; da nun die Mark Gold in 24 Karath, und die Mark Silber in 16 Loth getheilet wird, so heißt

a) 23 oder 18 karathiges Gold jenes Stück, von welchem 23 oder 18 Theile fein Gold, und die übrigen 1 oder 6 Theile fremdartiges Metall enthalten, und man drückt den feinen Gehalt durch $^{23}/_{24}$ oder $^{18}/_{24}$ aus.

b) 12 oder 14 löthiges Silber heißt jedes Silber, von welchem 12 oder 14 Theile rein Silber, und die übrigen 4 oder 2 Theile aus fremdartigem Metalle bestehen; man bezeichnet dieses mit $^{12}/_{16}$ oder $^{14}/_{16}$ ꝛc.

3) Man unterscheidet

a) reelle oder gangbare Münzen, d. i., wirklich geprägte Geldstücke; z. B. Dukaten, Konventionsthaler ꝛc.

b) fingirte oder Rechnungsmünzen, wodurch als Maaßstab der Werth aller Dinge, und selbst der geprägten Münzen bestimmt wird; z. B. in Deutschland der Gulden, in England das Pfund Sterling ꝛc.

4) Um den Werth der reellen Münzen nach fingirten zu bestimmen, kömmt es

a) auf die Beschaffenheit (Qualität) und

b) das Gewicht (Quantität) des in einer Münze enthaltenen Metalles an.

5) Das Gewicht des in einer Münze enthaltenen Metalles zu bestimmen, braucht man in ganz Deutschland das Kölner Markgewicht; man nennt daher

a) eine Mark vom feinen Golde oder Silber eine feine Mark oder eine Markfein;

b) eine Mark des beschickten edlern Metalles eine rauhe Mark oder eine Markrauh.

6) Ferner heißt

a) das Gewicht einer Münzsorte ihr Schrot,

b) der Gehalt der Münze am edlern Metalle das Korn,

c) das Gesetz, wodurch Schrot, Korn und der Kaufwerth einer Münze bestimmt wird, der Münzfuß.

7) Das Gepräge der Münze enthält gewöhnlich Schrift, Namen, Bildniß und Wappen des Münzherrn, wodurch dieser die Beschaffenheit derselben versichert. Die Bildseite heißt die Hauptseite, Avers; die Schrift- oder Wappenseite heißt Revers (Rückseite).

8) Die merkwürdigsten Münzfuße in Deutschland sind:

a) im Golde

α) der rheinische Goldguldenfuß, 72 Stück auf die rauhe Mark von 18 Karath, 6 Grän Gold und 3 Karath Silber; nach diesem Fuße sind die baier. Karolinen und Max d'ors gepräget.

β) Der Dukatenfuß, 67 Stück auf die feine Mark von 23 Karath, 8 Grän Gold und 2 Grän Silber;

b) im Silber

α) der Graumannische oder Einundzwanzig-Guldenfuß, 1750 von Preußen angenommen, und 1764 erneuert. Die feine Mark Silber auf 14 Reichsthaler, oder 21 Gulden.

β) Der Konventions- oder Zwanzigguldenfuß, die feine Mark zu 13⅓ Thaler oder 20 Gulden im Jahre 1753 von Oesterreich, Baiern und Sachsen angenommen. Nach diesem Fuße kursiren die Silbermünzen nur in österreichischen und sächsischen Landen; denn für Baiern und das ehemals sogenannte Reich gilt

γ) der Vierundzwanzig-Guldenfuß (1766). Die feine Mark zu 16 Reichsthaler, 24 Gulden oder 10 Konventionsthaler.

9) Das Gold wird 15 mal höher geschätzt, als das Silber, und das Silber 88½ mal höher, als das Kupfer.

10) Der Dukaten hält, da 67 Stück auf eine Kölner Mark gehen, beinahe 978 kölnische Richtpfenning.

Um das Gewicht und den Werth der Goldmünzen zu bestimmen, nimmt man den Dukaten als Einheit an, theilt sein Gewicht in 60 gleiche Theile, und nennt diese Gran oder Aß, so daß ein Dukaten in 60 Dukaten-Gran oder in 60 Dukaten-Aß abgetheilt wird; weßhalb hier das Wort Gran in einer andern Bedeutung genommen wird, als es in der Tabelle C. des §. 85. vorkömmt.

Halten die Dukatenstücke nach ihrem Gewichte auf

den ächten Goldwagen genau 60 Dukaten-Gran, so nennt man sie vollgewichtig; und überhaupt heissen Goldmünzen vollgewichtig, wenn ihr Gewicht die bestimmte Summe von Dukaten-Granen beträgt.

Nachstehende Tabelle bei c. gibt in Absicht auf die in Baiern gewöhnlichsten Goldmünzen das bestimmte Gewicht nach Dukaten-Granen an.

B.

Verzeichniß und Werth der vorzüglichsten Münzen des Inn- und Auslandes nach dem 24 Guldenfuß.

I.

Baierische reelle oder gangbare Münzen nebst einigen ausländischen, in Baiern gewöhnlichen Goldmünzen.

a) Silbermünzen.	fl.	kr.
Ein Kronenthaler gilt	2	42
„ halber Kronenthaler . . .	1	21
„ Viertelskronenthaler . . .	—	40½
„ baierischer oder Konventionsthaler .	2	24
„ halber Baierthaler	1	12
„ baierischer halber Gulden . .	—	30
„ baierischer Fünfzehner . . .	—	15
„ Vierundzwanziger	—	24
„ Zwölfer	—	12
„ Sechser	—	6
„ Groschen	—	3
„ Kreutzer	—	1
b) Kupfermünzen.		
Ein Kreutzerstück gilt	—	1
„ halber Kreutzer	—	½
„ Pfenning	—	¼
„ Häller	—	⅛

c) Verzeichniß der in Baiern gewöhnlichsten Goldmünzen mit Angabe ihres Gewichtes und Werthes.

	Gewicht.		Werth.	
	Dukaten	Gran	Gulden	Kreutzer
Ein baier. Dukaten	—	60	5	20
Eine baier. Karolin	2	47	11	—
* Eine halbe detto	1	24	5	30
Ein baier. Max d'or	1	51	7	20
Ein halber detto	—	56	3	40
* Ein Souveraind'or . . .	3	10	16	—
Ein halber detto	1	35	8	—
* Ein französischer Ovalschild- und Sonnen-Louisd'or vom Jahre 1726	2	20	11	—
Ein älterer detto, dann Doppin *	1	55	9	—
* Ein Louisd'or von 1785 und 1786	2	11	11	—
* Eine vierfache spanische Doppin .	7	44	36	—
* Eine Zweifache detto . . .	3	52	18	—
* Eine einfache detto . . .	1	56	9	—
Ein Goldgulden	—	60	3	40

Anmerkung: 1) Kaiserliche, Kremnitzer, Holländer, Salzburger und alle vollgewichtigen Reichsdukaten sind den baierischen am Werthe gleich. Die päpstlichen Dukaten gelten aber nur 5 fl. 8 kr., und die Florentiner 5 fl. 14 kr.

2) Bei den Dukaten, welche nicht ihr bestimmtes Gewicht haben, werden für jeden abgängigen Gran 5 kr. abgezogen.

Bei den mit einem Sternchen (*) bemerkten Goldmünzen werden für jeden fehlenden Gran 4½ kr., und bei den zu geringen Karolinen und übrigen Goldmünzen 4 kr. abgezogen.

3) Die baierischen Dukaten und andere werden gerne, wenn sie vollgewichtig sind, für 5 fl. 30 kr. angenommen.

II.

Verschiedene theils Rechnungs-, theils reelle Münzen.

1) Baiern, und im ehemaligen Reiche nach dem 24 Guldenfuß

	Werth im 24 Guldenfuß.			
	fl.	kr.	pf.	hl.
Gulden	1	—	—	—
Reichsthaler	1	30	—	—

	Werth im 24 Guldenfuß			
	fl.	kr.	pf.	hl.
2) England, Pfund Sterling,	11	17	—	—
Guinee	11	50	3	4/5
3) Frankreich und Holland, neue Münze Frank . .	—	27	3	—
ein neues Frankenstück . .	—	27	3	3/4
zwanzig Frankenstück oder Napoleonsd'or	9	16	3	1
vierzig Frankenstück . .	18	33	3	—
neue fünf Frankenstück oder Napoleonsthaler . . .	2	19	—	1 3/4
ein Livre — zu 20 Sous tournois	—	27	2	—
oder 240 Deniers . .	—	27	—	—
ein Decimen (drei machen 8½ Kreutzer) oder 100 Centimen	—	2	3	—
vier Centimen (eine zu ¼ kr.)	—	1	—	—
zehn dergleichen . . .	—	2	2	—
Holländische Dukaten in Gold	5	20	—	—
Silberne 3 Guldenstück (1 fl. zu 20 Stüber) . . .	2	57	1	—
Silberne Dukaten .	3	8	—	—
Schillinge	—	17	3	—
Ein Thaler zu 50 Stüber, oder 2 fl. 30 kr. der Stüber zu	—	2	3	1 2/3
4) Italien, neue Lira . .	—	27	3	3/4
5) Oesterreich, nach dem Konventionsfuß Kaisergulden .	1	12	—	—
Oesterreichische Souveraind'ors	16	—	—	—
6) Portugall, Millerees = 1000 Rees	2	46	3	1/2
7) Preußen, Thaler nach dem 21 Guldenfuß	1	42	3	1
Gulden 1/3 Thaler . . .	—	34	1	1/3
Friedrichsd'or } in Gold .	9	40	—	—
Dukaten } in Gold .	5	30	—	—
8) Rußland und Pohlen				
Ein Dukaten = 5 Rubel } in Gold	5	24	—	—
Imperial } in Gold	19	10	—	—
Ein Rubel zu 100 Kopecken (auch ½ und ¼) von 1762 . .	1	50	3	—

	Werth im 24 Guldenfuß			
	fl.	kr.	pf.	hl.
Dann von 1718 2 fl. 7 ½ kr., und von 1797 2 fl. 36 kr.				
Grieve oder Kopecken (die Kopecke zu 1 1/10 kr.) . .	—	11	—	—
Polnische Dukaten zu 9 klein- und 8 groß- poln. Gulden in Gold, dann Speziesthaler zu 4 klein- u. 8 groß- poln. Gulden, Reichsgulden zu 2 klein- und 4 groß- poln. Gulden, — ein klein polnischer Gulden zu . .	—	34	2	—
Ein groß polnischer Gulden .	—	17	1	—
Groß polnische Groschen, 30 = 1 Gulden, 1 Stück zu .	—	—	2	4/5
9) Sachsen, Reichsthaler nach dem Konvent. Fuß zu 24 Groschen	1	48	—	—
10) Schweden, Reichsthaler (Spezies)	2	38	1	22/25
Dukaten seit 1777 . . .	5	9	2	4/5
11) Dänemark, Reichsthaler (Spezies)	2	33	—	—
12) Sizilien, Onzie . .	5	50	3	1 11/20
Scudo	2	20	—	1 7/25
13) Spanien, Real oder Real de Vellon = 34 Maravedis	—	7	1	1 16/76
Piastre (peso duro) = 20 Real	2	28	—	—
Pistole (Dublon) = 80 Real	9	52	—	—
14) Türkei, Piastre = 40 Paras = 100 gute Asper = 120 Kurant-Asper . . .	—	54	3	1
Zecchine	1	49	3	—
Zindsjerli	2	44	2	1
Fonduc	4	20	3	1 2/5
Beutel (Keser) = 500 Piaster	457	17	2	—
Beutelgold (Kitze) = 30000 Piaster = 27437 fl. 30 kr.				
15) Ungarn, ungarische Gulden	—	52	2	—
Szostak	—	6	—	—
Polturak	—	1	2	—
16) Würtemberg, Reichsgulden	1	—	—	—

C.

a) Eintheilung des Guldens.

Gulden	Fünfzehner	Zwölfer	Sechser	Batzen	Groschen	Kreuzer	Pfenning	Häller
1 Gulden	4	5	10	15	20	60	240	480
	1 Fünfzehner	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	5	15	60	120
		1 Zwölfer	2	3	4	12	48	96
			1 Sechser	$1\frac{1}{2}$	2	6	24	48
				1 Batzen	$1\frac{1}{3}$	4	16	32
					1 Groschen	3	12	24
						1 Kreuzer	4	8
							1 Pfenning	2
								Häller

Anmerkung: 1) Der halbe Batzen beträgt 2 kr., eine Landmünze hat 2 kr. und 2 Pfenning, mithin $2\frac{1}{2}$ kr., ein Fünfer ist eine Summe von 5 kr., ein Zehner hat 10 kr., und ein Zwanziger hat 20 kr., während ein Achtzehner 18 kr. hat, und ein Neunbätzner 36 kr. beträgt.

2) Einen Gulden kann man auf verschiedene Weise bezahlen, als mit 2 halben Gulden, oder 4 Fünfzehnern, oder 5 Zwölfern, oder 8 Schillingen, ein Schilling zu $7\frac{1}{2}$ kr. gerechnet, oder 12 Fünfern, oder 3 Zwanzigern, oder 30 halben Batzen, oder 24 Landmünzen, oder 120 Zweieringen (Zweiern), worunter man die halben Kreutzer versteht, oder auch mit 80 mal 3 Pfenning, oder mit 40 mal 1 kr. und 40 mal 2 Pfenning rc.

b) Angabe des Werthes des Kronenthalers, Baierthalers, und Reichsthalers, wie auch der feinen Mark in Kreutzern, Groschen rc.

1) Der Kronenthaler, welcher 2 fl. 42 kr. gilt (§. 87. B. I. a.), beträgt 27 Sechser, oder 54 Groschen, oder 162 Kreutzern.

Die österreichischen Kronenthaler sind den baierischen am Werthe gleich.

2) Der baierische oder Konventionsthaler, welcher 2 fl. 24 kr. gilt, beträgt 6 Vierundzwanziger, oder 12 Zwölfer, oder 24 Sechser, oder 36 Batzen, oder 48 Groschen, oder 72 halbe Batzen, oder 144 kr.

3) Ein Reichsthaler, welcher 1 fl. 30 kr. gilt (§. 88. B. II.), beträgt 15 Sechser, oder 30 Groschen, oder 90 Kreutzer.

Ein halber Reichsthaler gilt 45 kr.

4) Eine Mark fein Silber, welche nach dem 24 Guldenfuß 16 Reichsthaler oder 24 Gulden gilt (§. 88. Nro. 8.), beträgt 10 Konventionsthaler, oder 60 Vierundzwanziger, oder 120 Zwölfer, oder 240 Sechser, oder 480 Groschen, oder 1440 Kreutzer.

Wenn man daher auf einer gangbaren Münze z. B. lies't „10 Stück auf eine feine Mark, oder 60 auf eine feine Mark, oder 120 auf eine feine Mark rc., so ist dieses Geldstück ein Konventionsthaler, oder ein Vierundzwanziger, oder ein Zwölfer rc.“

Anmerkung: Die gangbaren Münzen oder die wirklich geprägten Geldstücke werden den Schülern beim Unterrichte vorgezeigt, damit sie das Geld kennen lernen; und die fingirten oder Rechnungs-Münzen erklärt man ihnen.

c) Von den Würfen oder Schüssen bei Zahlungen.

Ein Wurf Kreutzer hält 5 Stück; 12 solche Würfe machen 1 fl.

Ein Wurf Groschen hält 5 Stück, mithin 15 kr., 4 Würfe geben 1 fl.

Ein Wurf Sechser hält 5 Stück, mithin 30 kr., 2 Würfe machen 1 fl.

Ein Wurf Zwölfer hält 5 Stück, mithin 1 fl.

Ein Wurf Vierundzwanziger hält 5 Stück, und macht 2 fl.

Ein Wurf Baierthaler hält 5 Stück, und macht 12 fl.

Vier Kronenthaler betragen 10 fl. 48 kr., oder 11 fl. weniger 12 kr.

5 Kronenthaler betragen		13 fl. 30 kr.;
10 ———	—	27 fl.
20 ———	—	54 fl.;
40 ———	—	108 fl.

D.

Verhältniß des baierischen und österreichischen Geldes.

Da man in baierischen sowohl, als österreichischen Ländern nach Gulden, Groschen, Kreutzern, und zwar nach der nämlichen Unterabtheilung rechnet, nur mit dem Unterschiede, daß in Baiern der 24 Gulden-, in Oesterreich aber der 20 Guldenfuß gilt, so ist

baierisch Geld zu österreichisch Geld, wie 20 zu 24, oder wie 5 zu 6 (baierisches Geld : österreichisches Geld = 20 : 24 = 5 : 6), mithin geben z. B. 6 baierische Gulden (sind gleich) 5 österreich. Gulden.

E.

Verwandlung der sächsischen Geldrechnung in die baierische, und umgekehrt.

Sächsisch Geld	Beträgt nach baier. Gelde				Baierisch Geld	Beträgt nach sächsischem Gelde		
	fl.	kr.	pf.	hl.		Thl.	Gr.	pf.
1 Pfenning	—	—	1	1	1 kr.	—	—	2⅔
2 Pfenning	—	—	3	—	2 kr.	—	—	5⅓
3 Pfenning	—	1	—	1	3 kr.	—	—	8
4 Pfenning	—	1	2	—	12 kr.	—	2	8
1 Groschen	—	4	2	—	24 kr.	—	5	4
2 Groschen	—	9	—	—	30 kr. = ½ fl.	—	6	8
12 Groschen = ½ Thaler	—	54	—	—	60 kr. = 1 fl.	—	13	4
					90 kr. = 1 Reichsthl.	—	20	—
24 Groschen = 1 Thaler	1	48	—	—	1 Spez. Thl.	1	8	—

F.

Verwandlung der preussischen Geldrechnung in die baierische, und umgekehrt.

Preussisch Geld	Beträgt im baierischen Gelde				Baierisch Geld	Beträgt im preussischen Gelde		
	fl.	kr.	pf.	hl.		Thl.	Gr.	pf.
1 Pfenning	—	—	1	1	1 Pfenning	—	—	2/3
2 Pfenning	—	—	3	—	1 kr.	—	—	2 110/137
12 Pfen. = 1 Grosch.	—	4	1	1/4	12 kr.	—	2	10 1/2
12 Gr. = 1/2 Thl.	—	51	1	1 1/2	24 kr.	—	5	9
24 Gr. = 1 Thaler	1	42	3	1	60 kr. = 1 fl.	—	13	1

Anmerkung: Bei den bisher über das baierische Maaß, Gewicht rc. angeführten Tabellen benützte ich vorzüglich

a) das königl. baier. Regierungsblatt;

b) das mathematische Lehrbuch des Hrn. geistl. Rathes und Professors, wie auch Stadtpfarrers Maurus Magold — I. Theil, 3te vermehrte Ausgabe, Landshut 1813;

c) Das Lehrbuch der Arithmethik und Algebra des Herrn Professors Weigl — Sulzbach 1812;

d) Die Rechenkunst rc. des Herrn Professors Prändel — Amberg 1812;

e) Den königl. baierischen neuen Schreibkalender für Geschäftsmänner rc. — München 1813.

f) Holzapfels Beiträge zum Kopfrechnen — München 1806.

g) Die Vorlesungen über die Mathematik von Georg Freiherrn von Vega — Wien 1802.

h) Grundriß der Mathematik von Lorenz — Helmstädt 1791.

III.

Reduktionen.

§. 89.

Einfache und zusammengesetzte Reduktion.

a) Einfach nenne ich die Reduktion, wenn höhere Einheiten auf nächstniedere, oder niedere auf nächsthöhere Einheiten zu reduziren sind:

Zur einfachen Reduktion gehören auch jene Reduktionsfälle, wo zwischen den niederen und den entfernt höheren Einheiten die Reduktionszahl bekannt ist; weil man auch in diesem Falle nur eine einzige Multiplikation auszuführen hat, und dazu eine Reduktionszahl zureichend ist; man soll z. B. Gulden zu Hällern machen, und man weiß, daß 1 Gulden 480 Häller hat. Die Häller sind zu den Gulden entfernt niedere Einheiten, weil man den Gulden zuerst in Kreutzer, und diese in Häller abtheilet; dessen ungeachtet hat man aber hier ein Beispiel der einfachen Reduktion, indem die Gulden unmittelbar auf die Häller reduzirt werden.

Sind Häller zu Pfenningen zu reduziren, so hat man Einheiten, die unmittelbar auf einander folgen, wo man auch nur einmal multipliziren muß, und somit ebenfalls die einfache Reduktion vorzunehmen ist.

b) Die übrigen Reduktionen, zu welchen man mehrere Reduktionszahlen nöthig hat, nenne ich zusammengesetzte Reduktionen; z. B. man soll Jahre zu Sekunden machen, und man wüßte nicht, wie viele Sekunden 1 Jahr hat. In diesem Falle muß die Eintheilung des Jahres in Tage, die Eintheilung dieser in Stunden rc. bekannt sein, um die Jahre auf Stunden, die Stunden auf Minuten, und diese auf Sekunden reduziren zu können.

§. 90.

Regel der einfachen Reduktion.

A.

Sind höhere Einheiten auf niedere zu reduziren, so multiplizire man die gegebenen höheren Einheiten mit der Reduktionszahl, das Produkt gibt die verlangten niederen Einheiten, welchen die gegebenen höheren Einheiten gleich sind.

B.

Sind aber niedere Einheiten auf höhere zu re-

duziren, so dividire man jene durch die Reduktionszahl.

I. Beispiel zu A.

Wie viel Minuten geben 48 Stunden?

Aus der Tabelle des §. 87. weiß man, daß 1 Stunde 60 Minuten hat; nun ist aber 60 × 48 = 2880 (§. 54.); daher geben 48 Stunden 2880 Minuten, oder 48 Stunden = 2880 Minuten.

II. Beispiel zu A.

Wie viel Häller geben 100 fl.?

Aus der Tabelle bei C. §. 88. weiß man, daß 1 Gulden 480 Häller hat; nun ist aber 100 × 480 = 48000 (§. 55.); also 100 fl. geben 48000 Häller, oder 100 fl. = 48000 Häller.

I. Beispiel zu B.

Wie viel Zentner geben 50000 Pfund baier. Handelsgewichtes?

In der Tabelle A. des §. 85. findet man, daß 1 Zentner 100 Pfund hat, mithin auch umgekehrt, daß 100 Pfund 1 Zentner geben; nun ist aber 50000 : 100 = 500 (§. 73.); daher geben 50000 solche Pfund 500 Zentner baier. Handelsgewichtes, oder 50000 Pf. = 500 Zentner baier. Handelsgewichtes.

II. Beispiel zu B.

Wie viel Ballen geben 25000 Bogen Druckpapier?

In der Tabelle A. des §. 84. findet man zwischen Ballen, und Bogen Druckpapier die Reduktionszahl 5000, indem 1 Ballen Druckpapier 5000 Bogen hat, und somit 5000 solche Bogen 1 Ballen geben.

Nun ist aber 25000 : 5000 = 5; also geben 25000 solche Bogen 5 Ballen, oder 25000 Bogen = 5 Ballen.

Beweis zu A.

1) Im I. Beispiele zu A. soll man Stunden zu Minuten machen, und aus der Reduktionstabelle weiß man, daß 1 Stunde 60 Minuten gibt.

2) Es geben also 2 Stunden 2mal 60 Minuten, 3 Stunden 3mal 60, und somit 48 Stunden auch 48mal 60 Minuten, d. h., man muß 60 mit 48, oder was eines ist (§. 49.), 48 mit 60 multipliziren, wenn man die Stunden auf Minuten reduziren will.

Beweis zu B.

1) Im I. Beispiele zu B. soll man Pfunde auf Zentner reduziren;

2) Die Reduktionstabelle gibt zu erkennen, daß 1 Zentner 100 Pfund hat, und somit 100 Pfund einen Zentner geben;

3) So oft ich also 100 Pfund von 50000 Pfund wegnehmen kann, so oft erhalte ich auch einen Zentner;

4) Wie oft aber eine Zahl von der andern weggenommen werden kann, oder was eines ist, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, dieses erkennt man durch die Division (§. 61. a. und d.).

5) Es werden daher die Pfunde zu Zentnern gemacht, wenn man jene mit der Reduktionszahl 100 dividirt.

Was von diesen beiden Beispielen gesagt worden ist, gilt, wie man offenbar sehen wird, auch für alle übrigen Beispiele der einfachen Reduktion.

§. 91.

Regel der zusammengesetzten Reduktion.

A.

Sind höhere Einheiten auf entfernt niedere Einheiten zu reduziren, und man weiß zu denselben die Reduktionszahl nicht, so reduzire man nach §. 90. A. die höheren Einheiten auf die nächstniederen, diese wieder auf die nächstniederen ꝛc., bis man auf diese Weise die verlangten entfernt niederen Einheiten hat.

B.

Sind hingegen niedere Einheiten auf entfernt höhere Einheiten zu reduziren, und man weiß zu denselben die Reduktionszahl nicht, so bringe man

nach §. 90. B. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächsthöheren ꝛc., bis man auf diese Weise die entfernt höheren Einheiten erhält.

Beispiel zu A.

Wie viel Linien im Duodezimalmaaße beträgt die Länge von 580 baierischen Klaftern?

Auflösung:

1) Man findet in der Tabelle a. des §. 79., und bei Nro. 5. b. dieses §., daß 1 baier. Klafter als Längenmaaß 6 Fuß, der Fuß im Duodezimalmaaße 12 Zoll, und der Zoll 12 Linien hat;

2) Nach §. 90. A. mache man die 580 baier. Klafter zu Fuß, sie geben 3480 Fuß;

3) Die 3480 Fuß mache man zu Zoll, sie geben 41760 Zoll;

4) Und die Zolle mache man zu Linien, sie geben 501120 Linien.

Es geben also 580 baier. Klafter im Duodezimalmaaße 501120 Linien, oder 580 b. Kl. = 501120 Linien.

Beispiel zu B.

Wie viel baier. Klafter geben im Duodezimalmaaße 501120 Linien?

Auflösung:

1) Aus dem eben angeführten §. 79. weiß man, daß 12 Linien 1 Zoll, 12 Zoll 1 Fuß, und 6 Fuß 1 baier. Klafter geben;

2) Nach §. 90. B. mache man die 501120 Linien zu Zoll, sie geben 41760 Zoll;

3) Die 41760 Zoll mache man zu Fuß, sie geben 3480 Fuß;

4) Und die Fuß mache man zu baier. Klaftern, sie geben 580 b. Klafter.

Es geben also 501120 Linien im Duodezimalmaaße 580 baier. Klafter, oder 501120 Linien = 580 b. Kl.

Beweis zu A.

1) Nach §. 90. A. geben 580 baier. Klafter 3480 Fuß, ferner 3480 Fuß 41760 Zoll, und endlich geben 41760 Zoll 501120 Linien.

2) Also geben nach dem Grundsatze „wenn zwei Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich“ (§. 10. Nro. 4.) 580 b. Klafter im Duodezimalmaaße 501120 Linien, oder

580 b. Kl. = 3480 Fuß,
3480 Fuß = 41760 Zoll, und
41760 Zoll = 501120 Linien,

also sind 580 b. Kl. = 501120 Linien.

Beweis zu B.

Ganz auf die nämliche Weise beweis't man auch, daß umgekehrt 501120 Linien im Duodezimalmaaße 580 b. Klafter geben; denn

501120 Linien = 41760 Zoll,
41760 Zoll = 3480 Fuß, und
3480 Fuß = 580 b. Kl.

also sind 501120 Linien = 580 b. Kl.

Die hier aufgestellten Regeln und Beweise gelten offenbar für alle Aufgaben der zusammengesetzten Reduktionen.

Anmerkung: Findet der Fall Statt, daß man eine Summe von Zahlen verschiedener Benennung hat, die alle auf niedere Einheiten der nämlichen Benennung zu reduziren sind; so müssen jederzeit, sobald man mittels der vorgenommenen Reduktion Einheiten der nämlichen Benennung erhält, dieselben in eine Summe gebracht werden. Es sollen z. B. 48 fl. 34 kr. und 3 Häller so reduzirt werden, daß man die Gulden auf Kreuzer, und diese auf Häller reduzirt. In diesem Falle reduzirt man allererst die Gulden auf Kreuzer, und addirt die 34 kr. dazu; dann reduzirt man diese Summe von Kreuzern auf Häller, und addirt die gegebenen 3 Häller dazu; man erhält auf diese Weise 48 fl. 34 kr. 3 Häller = 23315 Häller, d. h., 48 fl. 34 kr. 3 Häller geben zusammen 23315 Häller. Auf diese Weise verfährt man immer in jenen Fällen, wo Einheiten von verschiedener Benennung vorkommen, und dieselben auf niedere Einheiten einer und der nämlichen Benennung zu reduziren sind.

§. 92.

Die Probe bei den Reduktions-Beispielen.

Regel: Hat man höhere Einheiten auf niedere gebracht, so reduzire man diese wieder auf die höheren anfangs gegebenen Einheiten. — Hat man hingegen niedere Einheiten auf höhere reduzirt, so bringe man die höheren wieder auf die anfangs gegebenen niederen Einheiten. — Die vorgenommene zweite Reduktion wird der ersten immerhin zur Probe dienen.

Ein Beispiel der Probe hat man im §. 91., wo das zu B angeführte Beispiel die Probe des zu A ausgearbeiteten Beispieles ist.

Der Grund der Probe liegt darin, weil durch die Reduktion nicht der Werth der Größen, wohl aber ihre Benennung verändert wird; wenn also z. B. 580 b. Klafter im Duodezimalmaaße 501120 Linien geben, so müssen auch 501120 Linien wieder 580 baier. Klafter geben.

IV.

Wiederholung in Fragen und Beispiele.

§. 93.

Wiederholung in Fragen.

1) Welche Zahlen heißt man ganze benannte Zahlen; wodurch unterscheiden sich die benannten Zahlen von den unbenannten Zahlen?

2) Welche Größen werden gleichnamige, und welche ungleichnamige genannt?

3) Was versteht man unter dem Worte „Reduziren?"

4) Wie heissen die verschiedenen in Baiern üblichen Längenmaaße?

5) Was ist in Absicht auf das Längen-, Flächen- und Körpermaaß für ein Unterschied zwischen der sogenannten Dezimal- und Duodezimal-Eintheilung?

6) Wie heissen die in Baiern üblichen Flächen- und Körpermaaße?

7) Wie heissen die in Baiern vorgeschriebenen Getränk- und Getreidmaaße?

8) Welche Benennungen kommen beim baierischen Handels-, Apotheker- und Münzgewichte vor, um damit diejenigen Maaße auszudrücken, mit welchen gewisse Körper nach ihrer Schwere gemessen werden?

9) Was versteht man unter der Kreislinie, wie wird diese eingetheilet, und wie viele deutsche, oder geographische Meilen hält ein Grad des Erdmeridians?

10) Was versteht man unter dem Ausdrucke „Zeitmaaß", und wie heißen die gewöhnlich vorkommenden Zeitmaaße?

11) Welche Münzen heißt man reelle, oder gangbare, und welche fingirte, oder Rechnungs-Münzen?

12) Welches heißt man feines Gold oder Silber, und was will dieses sagen „ein zwölf- oder vierzehnlöthiges Silber?

13) Was heißt man Münzfuß, und wodurch unterscheidet sich der sogenannte Konventions- oder 20 Guldenfuß von dem 24 Guldenfuß?

14) Was versteht man unter der einfachen und zusammengesetzten Reduktion, und nach welcher Regel werden sowohl niedere Einheiten auf höhere, als auch höhere Einheiten auf niedere reduzirt?

§. 94.

Beispiele zur Uebung.

I.

Eine Person ist gegenwärtig 20 Jahr 4 Monat und 17 Tag alt; wie viele Sekunden beträgt nun dieses Alter?

II.

Nach Vega's Angabe beträgt die Polhöhe von Kempten, der Hauptstadt des vormaligen Illerkreises im Königreiche Baiern, 47 Grad 46 Minuten, die von Memmingen 48 Grad 4 Minuten 30 Sekunden, und jene von Lindau 47 Grad 33 Minuten 15 Sekunden. Wie viele Sekunden beträgt demnach die geographische Breite sowohl von Kempten, als auch von

den beiden übrigen Städten, die jezt, wie Kempten, in dem Oberdonaukreise liegen, da es bekannt ist, daß die Polhöhe mit der geographischen Breite eines Ortes die nämliche Größe hat?

III.

Die Größe eines Feldes beträgt 4'280.000 baier. Quadratfuß; wie viel baier. Tagwerk, und wie viele baier. Quadratruthen hat nun dieses Feld, wenn man die Größe desselben in diesen beiden Flächenmaaßen ausdrückt?

IV.

In einer gewissen Berechnung hat man zum Resultate 80000 Häller erhalten; wie viele Gulden machen nun diese Häller aus?

V.

Wie viel Quintl geben 40 Zentner baierischen Handelsgewichts?

VI.

Die Erde, welche ebenfalls in die Klasse der Planeten gehört, bewegt sich in 365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten und 45 Sekunden um die Sonne; in wie vielen Sekunden geschieht demnach diese Bewegung der Erde?

VII.

Wie viel Schäffel geben 38400 halbe Dreißger baierischen Getreidmaaßes?

VIII.

Wie viel Gulden betragen im 24 Guldenfuß 48 Stück österreichische Souveraind'ors, und wie viel 60 Stück französische alte Schild-Louisd'ors.

II. Abschnitt.

Die vier Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen von verschiedener Benennung.

I.

Bemerkung, die in diesem Abschnitte vorkommenden Grundsätze, Regeln, Beweise rc. betreffend.

§. 95.

a) Die im I. Hauptstücke aufgestellten Begriffe von der Addition, Subtraktion rc. wie auch die eingeführten Benennungen „Summe, Summand, Minuend, Subtrahend, Differenz oder Rest rc.“ werden immerhin, sowohl jetzt bei den 4 Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen, als auch in der Folge, wenn die Rede von den 4 Rechnungsarten gebrochener Zahlen sein wird, und selbst bei der Buchstaben-Rechnung in dem nämlichen Sinne beibehalten. Addiren z. B. heißt jederzeit eine solche Größe finden, die den übrigen zusammengenommenen gleich ist (§. 24. a.), es mögen nun die Größen benannte oder unbenante, ganze oder gebrochene Zahlen, sie mögen durch Ziffern oder Buchstaben ausgedrückt sein.

b) Die im I. Hauptstücke angeführten Beweise sammt den Grundsätzen, die denselben zum Grunde gelegt wurden, gelten ebenfalls für diejenigen Regeln, die jetzt in diesem Abschnitte in Absicht auf die 4 Rechnungsarten ganzer benannter Zahlen gegeben werden.

Um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, werde ich bei diesen Rechnungsarten weder Erklärungen noch Grundsätze voranschicken, noch auch den aufgestellten Regeln die geeigneten Beweise beifügen.

Ich überlasse es dem Lehrer, dasjenige selbst in Anwendung zu bringen, was in dieser Hinsicht bei den

vier Grund-Rechnungsarten mit ganzen unbenannten Zahlen gesagt worden ist.

Ich habe mich um deßwillen bei denselben so lange aufgehalten, und die Sache so ausführlich dargestellet, weil sie die Grundlage für die ganze Arithmetik bilden, und alle arithmetischen Veränderungen auf diese 4 Rechnungsarten zurückgeführet werden.

c) Die unbenannten Zahlen sind in einiger Hinsicht auch benannte Zahlen, indem bei denselben auch Einheiten von verschiedener Benennung, als „Einer, Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc.“ vorkommen; man heißt sie nur deßwegen unbenannte — abstrakte Zahlen, weil bei den blossen Zahlen, z. B. 348, 4728 ꝛc. diejenigen Dinge nicht benannt sind, von denen eine bestimmte Summe ausgedrückt wird (§. 78. a).

Aus diesem geht nun der Schluß hervor, daß bei benannten Zahlen die nämlichen Regeln gelten, welche bei der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division der unbenannten Zahlen aufgestellt worden sind.

Wie man bei unbenannten Zahlen nur Einer zu Einern, Zehner zu Zehnern, Hunderte zu Hunderten ꝛc. addiren, oder nur Einheiten der nämlichen Ordnung von einander abziehen kann (§. 27 und 36.), eben so können auch bei benannten Zahlen nur Einheiten des nämlichen Ranges, z. B. nur Häller zu Hällern, Kreutzer zu Kreutzern, Gulden zu Gulden ꝛc. addirt, oder von einander subtrahirt werden.

Wie man bei unbenannten Zahlen alle Theile des Multiplikands (§. 51.) mit dem Multiplikator multiplizirt, oder alle Theile des Dividends mit dem Divisor dividirt (§ 68.), eben so geschieht dieses auch bei der Multiplikation und Division mit benannten Zahlen.

Bei beiden, den unbenannten und benannten Zahlen, fängt man das Addiren, Subtrahiren und Multipliziren bei den niedrigsten, dagegen aber das Dividiren bei den höchsten Einheiten an; gleichwie auch die Probe bei beiden auf eine und die nämliche Weise gemacht wird.

d) Indessen werde ich aber doch, weil dieses für

die Schüler, welche die Regeln ihrem Gedächtnisse einprägen müssen, nothwendig ist, auch die Regeln für die benannten Zahlen, die eigentlich in jenen der unbenannten Zahlen schon enthalten sind, sammt der jedesmaligen Probe in den folgenden §§. ausführlich angeben, und zugleich auch bei jeder Rechnungsart ein Beispiel der unbenannten Zahlen nach den nämlichen Regeln ausarbeiten, um auf diese Weise die genaue Verbindung der beiderseitigen Rechnungsarten mit benannten und unbenannten Zahlen noch deutlicher und anschaulicher darzustellen.

Es wird dabei dasjenige, was rücksichtlich der unbenannten Zahlen schon gesagt worden ist, in einem noch hellern Lichte erscheinen; indem die jetzigen Aufgaben mit den im vorigen Hauptstücke vorgekommenen, was die Sache selbst betrifft, ganz die nämlichen sind, und sich von denselben nur durch ihre Benennungen unterscheiden. — Wie z. B. die unbenannte Zahl 438 eine Summe von Einern, Zehnern und Hunderten ist, eben so ist auch z. B. die benannte Zahl 4 fl. 38 kr. 4 hl. eine Summe von Einheiten verschiedener Ordnung — von Gulden, Kreutzern und Hällern.

II.

Die Addition.

§. 96.

Regel der Addition mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

1) Man schreibe die Einheiten der nämlichen Benennung so unter einander, daß bei denselben die Einer unter Einer, die Zehner unter Zehner rc. zu stehen kommen, und ziehe unten einen Strich;

2) Man fange bei den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und addire zuerst die niedrigsten Einheiten, dann die nächsthöheren, nach diesen wieder die von der rechten zur linken Seite folgenden

nächsthöheren Einheiten, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man der Ordnung nach alle vorhandenen Einheiten addirt hat;

3) Wo man immer eine Summe von niederen Einheiten bekömmt, die so groß, oder noch größer ist, als die zu denselben und den nächstfolgenden Einheiten gehörige Reduktionszahl, da reduzire man nach §. 90. B. die niederen Einheiten auf die nächsthöheren; bleiben noch einige niederen Einheiten als Rest übrig, so schreibe man sie unter dem Striche an die gehörige Stelle, und zähle dann die durch die Reduktion erhaltenen höheren Einheiten zu den nächstfolgenden höheren Einheiten von der nämlichen Ordnung und Benennung.

§. 97.

I. Beispiel:

Jemand kauft von einer gewissen Waare nach dem baierischen Handelsgewichte 8 Zentner 24 Pfund 6 Loth und 1 Quintl, dann wieder 18 Zentner 20 Pfund 14 Loth und 1 Quintl, endlich 108 Zentner 30 Pfund 25 Loth.

Es ist nun die Frage, wie viel beträgt die gesammte angekaufte Waare?

Auflösung:

1) Diese 3 Summanden sind **gleichartige** Größen (§. 78. b.), sie können deßhalb wirklich addirt, d. h., in eine Summe gebracht werden; man schreibe daher die Einheiten der nämlichen Benennung, Quintl und Quintl, Loth und Loth rc., unter einander, so daß jedesmal bei den Einheiten der nämlichen Ordnung die Ziffern nach ihrem Lokalwerthe unter einander zu stehen kommen (§. 28.):

	Zentner	Pfund	Loth	Quintl
Summanden	8	24	6	1
	18	20	14	1
	108	30	25	—

2) Man fange bei der niedrigsten Benennung an, und addire

a) die Quintl, man erhält zur Summe 2 Quintl, diese geben kein ganzes Loth, man schreibe daher 2 an die Stelle der Quintl;

b) Man addire nun die Loth nach §. 28., die Summe ist 45; diese Zahl ist größer als die Reduktionszahl 32, indem 32 Loth 1 Pfund geben (§. 85. — Tab. A.), man reduzire nun die 45 Loth zu Pfund, man erhält nach §. 90. B. zum Quotienten 1 Pfund, dieses schreibe man oben zu den nächstfolgenden Einheiten hin, die ebenfalls Pfund ausdrücken, und schreibe nun den Rest 13 an die Stelle der Lothe;

c) Eben so addire man die an der Stelle der Pfunde stehenden Zahlen, man erhält 75 Pfund, diese geben keinen ganzen Zentner, daher schreibe man 75 unter dem Striche an die Stelle der Pfunde.

d) Endlich zähle man die an der Stelle der Zentner stehenden Zahlen zusammen, man erhält 134 Zentner, diese schreibe man unverändert hin, indem die Zentner von den in diesem Beispiele vorkommenden Einheiten die höchste Benennung haben, und zufolge der erwähnten Tabelle A. des §. 85. die Zentner auf keine Einheiten höherer Ordnung reduzirt werden können.

Man erhält auf diese Weise die unter dem Striche ausgesetzte Summe:

			1					
Summanden	8	Zentner	24	Pfund	6	Loth	1	Quintl
	18		20		14		1	
	108		30		25		—	
Summe	134	Zentner	75	Pfund	13	Loth	2	Quintl

II. Beispiel:

Auf die nämliche Weise nach der Regel des §. 96. erhält man mittels der Tabelle des §. 87. die Summe der nachstehenden vier Summanden, wo ebenfalls die durch das Reduziren heraus gekommenen Zahlen oben hin gesetzt worden sind:

Sum-

	2	2	2	2	
Summanden	36 Jahr	2 Monat	24 Tag	18 Stund	40 Minut.
	24	10	27	20	50
	18	8	16	23	48
	100	9	12	4	36
Summe	180 Jahr	7 Monat	21 Tag	19 Stund	54 Minut.

III. Beispiel:

Man addire die drei Zahlen 7864, 3489 und 9748, indem man sie wie die benannten Zahlen nach der Regel des §. 96. behandelt (§. 95. c.), und die durch das Reduziren herausgekommenen höhern Einheiten oben an die Stelle der mit ihnen gleichnamigen Einheiten hinsetzt:

	2	2	2	
Summanden	7 Tausend	8 Hundert	6 Zehner	4 Einer
	3	4	8	9
	9	7	4	8
Summe	21 Tausend	1 Hundert	0 Zehner	1 Einer

Wenn man die unbenannten Zahlen wie benannte Zahlen behandelt, so drückt man den jedem Ziffer zukommenden Lokalwerth durch die beigefügten Benennungen „Einer, Zehner, Hunderte ꝛc.“ aus; es ist demnach die Summe 21 Tausend 1 Hundert kein Zehner 1 Einer eben so viel, als 21101.

Diese nämliche Summe erhält man auch, wenn man nach der Regel der Addition des §. 28. diese drei Zahlen addirt.

III.

Die Subtraktion.

§. 98.

Regel der Subtraktion mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung.

1) Wie bei der Addition (§. 96.), so schreibe man auch bei der Subtraktion die gleichartigen, und zugleich auch gleichnamigen Theile des Sub-

trahends und Minuends unter einander; der Minuend muß hier, wie bei den unbenannten Zahlen, oben hin geschrieben werden;

2) Man fange rechts bei den Einheiten der niedrigsten Ordnung an, und subtrahire nach §. 37. zuerst die niedrigsten Einheiten des Subtrahends, dann die nächsthöheren, nach diesen wieder die nächsthöheren von jenen des Minuends, und setze dieses Verfahren der Ordnung nach von der Rechten zur Linken so lange fort, bis man alle vorkommenden Theile des Subtrahends von dem immerhin oben stehenden Minuend abgezogen hat;

3) Ist an irgend einer Stelle der Minuend kleiner, als der Subtrahend, so entlehne man eine von den nächsthöheren Einheiten, und reduzire sie nach §. 90. A., indem man sie mit der Reduktionszahl multiplizirt, auf die nächstniederen Einheiten, zu diesen addire man die bereits vorhandenen, mit ihnen gleichnamigen Einheiten, und subtrahire dann von dieser Summe auf die vorige Weise;

4) Sollte man Einheiten, die im Subtrahend vorkommen, abziehen, und man hätte oben im Minuend keine Einheiten der nämlichen Benennung, so entlehne man wieder eine der nächsthöheren Einheiten, reduzire sie auf niedere Einheiten, die mit jenen des Subtrahends von gleicher Benennung sind, und subtrahire dann davon die unten stehenden Einheiten des Subtrahends;

5) Auf eine ähnliche Weise, wie bei der Addition, schreibe man, sobald man entlehnen muß, die Summe der entlehnten höheren Einheiten, welche man auf die nächstfolgenden niederen Einheiten reduziren muß, und die der schon vorhandenen niederen Einheiten oben zum Minuend hin, und setze

dort einen Punkt, oder ein anderes Zeichen, wo man 1, d. h., eine Einheit entlehnt hat.

§. 99.

I. Beispiel:

Jemand hat im baierischen Getreidmaaße an Gersten 18 Schäffel 3 Metzen und 1 Viertel abzugeben, und davon bereits 12 Schäffel, 5 Metzen und 1 Viertel abgeliefert.

Wie viel ist noch im Rückstande?

Auflösung:

1) Man schreibe auf die angegebene Weise den Minuend oben, und den Subtrahend unten hin:

Minuend	18	Schäffel	3	Metzen	1	Viertel
Subtrahend	12		5		1	

2) a) Man subtrahire die niedrigste Einheit des Subtrahends zur Rechten von der mit ihr gleichnamigen im Minuend stehenden Einheit, d. h., man subtrahire 1 Viertel von 1 Viertel, es bleibt nichts übrig, man schreibe daher unten Null, oder ziehe einen kleinen Querstrich, oder, weil nichts da ist, schreibe man gar nichts hin.

b) 3 ist kleiner als 5, man kann daher 5 Metzen von 3 Metzen nicht abziehen, man entlehne also ein Schäffel, dieses hat nach der Tabelle des §. 83. im baier. Maaße 6 Metzen, diese zu 3 Metzen addirt geben 9 Metzen, man schreibe also 9 oben hin, und subtrahire davon 5, der Rest ist 4, den man unten an die Stelle der Metzen schreibt.

c) 12 Schäffel von 17 Schäffel (denn 1 Schäffel hat man für die Metzen entlehnt) geben zum Reste 5 Schäffel, diese schreibt man unten hin an die Stelle der Schäffel.

Weil keine höheren Einheiten mehr folgen, so ist die Subtraktion beendet:

	.		9			
Minuend	18	Schäffel	3	Metzen	1	Viertel
Subtrahend	12		5		1	
Rest	5	Schäffel	4	Metzen	—	Viertel.

Es sind also noch 5 Schäffel und 4 Metzen im Rückstande, und deßwegen ist noch so viel abzuliefern.

II. Beispiel:

Jemand kauft um 138 fl. Waaren, und bezahlt daran gleich 88 fl. 40 kr. und 4 Häller.
Wieviel bleibt nun noch zu bezahlen übrig?

Auflösung:

1) Der Minuend hat hier Kreutzer und Häller, und der Subtrahend besteht nur in Gulden.

2) Gleichwie nur Dinge von gleicher Art und Benennung zu einander addirt werden können, eben so können auch nur gleichartige, und gleichnamige Dinge von einander subtrahirt werden; um deßwillen entlehne man 1 fl., und mache ihn zu Kreutzern, von diesen entlehne man 1 kr., und mache ihn zu Hällern.

3) Weil im Subtrahend fl., kr. und Häller vorkommen, so schreibe man schon im Minuend die Benennungen „Kreutzer, Häller," und mache zu denjenigen Ziffern, von welchen man 1 entlehnt, einen Punkt oder ein anderes Zeichen hin, weil dieses deßhalb um 1, d. h., um eine der vorkommenden Einheiten, kleiner sind.

4) Nun verfahre man wieder auf die vorige Weise:

	.		60̇		8	
Minuend	138	fl.	—	kr.	—	Häller
Subtrahend	88		40		4	
Rest	49	fl.	19	kr.	4	Häller.

Es bleiben also noch 49 fl. 19 kr. und 4 Häller als Schuld zu bezahlen übrig.

III. Beispiel:

Es seien 4 Einer von 1 Zehner der Tausende zu subtrahiren.

Auflösung:

Man verfahre wie im vorigen Beispiele:

Min.	1 Zehn. der Taus.	10 Taus.	10 Hund.	10 Zehn.	10 E.
Subtr.	—	—	—	—	4
Rest		9 Taus.	9 Hund.	9 Zehn.	6 E.

Man erhält demnach als Rest: 9 Tausend 9 Hundert 9 Zehner 6 Einer = 9000 + 900 + 90 + 6 = 9996.

Den nämlichen Rest erhält man auch nach der Subtraktionsregel des §. 36., indem 10000 — 4 = 9996.

§. 100.

Probe der Addition und Subtraktion ganzer benannter Zahlen.

Auf die nämliche Weise, wie bei den unbenannten Zahlen, mache man auch hier bei den benannten Zahlen die Probe.

A.

Hat man Zahlen von verschiedener Benennung addirt, so addire man zur Probe nach §. 96. wieder alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen zusammen, und subtrahire diese zweite Summe nach §. 98. von der ersten, es muß der ausgeschlossene Summand als Rest zum Vorscheine kommen (§. 42. A.).

B.

Hat man Zahlen von verschiedener Benennung von einander subtrahirt, so addire man entweder nach §. 96. den Rest zum Subtrahend, man muß zur Summe den Minuend erhalten, oder man subtrahire nach §. 98. den Rest vom Minuend, man muß zum neuen Reste den vorigen Subtrahend erhalten. (§. 41. A. und B.).

Da die zitirten §§. schon durch Beispiele hinlänglich erläutert sind, so bedarf es hier zur Anwendung der für die Probe aufgestellten Regeln keiner neuen Beispiele.

Anmerkung: 1) Ist die Anzahl der Summanden groß, so wäre es zu mühsam, wenn man alle gegebenen Summanden von verschiedener Benennung auf einmal addiren müßte. In diesem Falle beobachte man die im §. 28. Nro. 6. aufgestellte Regel, indem man nämlich die vorkommenden Summanden auf eine beliebige Weise abtheilet, sie theilweise zusammen zählet, und dann die gefundenen einzelnen (Partial-) Summen in eine Haupt- (Total-) Summe bringt.

Hat man z. B. Einnahmen oder Ausgaben zu addiren, so zählet man gewöhnlich die auf einer Seite aufgezeichneten Summanden zusammen, und bildet sich daraus jedesmal nur eine Partialsumme, wo man dann entweder zuletzt alle auf diese Weise erhaltenen Partialsummen, indem man sie zusammen setzet, und gehörig unter einander schreibt, addirt, um so die gesammte Einnahme oder Ausgabe zu erhalten, oder, was noch bequemer ist, man benennt die erhaltenen Partialsummen mit dem Worte „Latus", schreibt sie unter dieser Benennung oben auf die nächstfolgende Seite hin, und addirt dieselbe zu den auf dieser Seite stehenden Summanden; die jedesmal erhaltene Partialsumme ist dann die Summe aller sowohl auf dieser, als auch auf allen vorhergegangenen Seiten vorkommenden Summanden.

Einige schreiben auch dort, wo sie durch die ausgeführte Addition die Partialsumme erhalten, links an dieselbe das Wort „hinüber" hin, und auf der anderen Seite schreiben sie diese nämliche Summe unter dem Ausdrucke „herüber" oben hin, während sie dann auf die eben angezeigte Weise die Addition vornehmen.

2) Besteht der Minuend, oder der Subtrahend, oder beide zugleich aus mehreren Theilen, und kommen somit im Minuend oder Subtrahend die Einheiten des nämlichen Ranges mehrmal vor, so befolge man die im §. 37. bey a, b und c gegebenen Regeln. Es soll z. B. bestimmt werden, um wieviel während eines ganzen Jahres die Einnahmen die Ausgaben, oder diese jene übertreffen. In diesem Falle bringe man alle Einnahmen, und alle Ausgaben in eine Summe, und subtrahire nun die erhaltene kleinere Summe von der größeren, der durch die Subtraktion zum Vorscheine kommende Rest wird bestimmen, um wie viel die Einnahme die Ausgabe, oder umgekehrt, diese jene übertrifft.

3) Weil es zu mühsam wäre, wenn man zur Probe alle Summanden mit Ausnahme eines einzigen addiren würde (§. 42. A.), so stelle man die in der Anmerkung des §. 29. angezeigte Probe an, indem man nämlich die jedesmal auf einer Seite vorkommenden Summanden, im Falle man sie anfangs von unten nach oben addirte, auch

von oben nach unten, oder umgekehrt, zusammenzählet, es muß immerhin die nämliche Summe zum Vorschrine kommen.

IV.

Die Multiplikation.

§. 101.

I. Regel der Multiplikation mit ganzen benannten Zahlen von verschiedener Benennung, wenn der Multiplikator nur eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl ist.

1) Man schreibe den Multiplikator entweder nur unter die Einheiten der niedrigsten Ordnung des Multiplikands, welcher hier Einheiten von verschiedener Benennung in sich begreift, oder unter alle Einheiten des Multiplikands.

2) Man multiplizire nach §. 51. mit dem Multiplikator (indem der Multiplikator nach dem im §. 45. a. von der Multiplikation aufgestellten Begriffe jederzeit wie eine blosse Zahl zu betrachten ist) zuerst die niedrigsten, und dann die folgenden höheren Einheiten des Multiplikands von der rechten zur linken Seite. Die Produkte, die man erhält, wenn man auf diese Weise alle Einheiten des Multiplikands multiplizirt, setze man der Ordnung nach unter dem Striche neben einander hin.

3) Wo man immer im Produkte so viele niedere Einheiten erhält, daß sie eine oder mehrere Einheiten der nächsthöheren Art ausmachen, so reduzire man diese nach §. 90. B. auf die nächsthöheren Einheiten, und zähle sie dann denselben bei.

§. 102.

I. Beispiel:

Auf Bestellung werden monatlich 12 Ballen 9 Riß 16 Buch Schreibpapier abgegeben; wie viel

macht nun dieses in 1 Jahre, d. h., in 12 Monaten aus?

Auflösung:

1) Da man in der vorliegenden Aufgabe weiß, wie viel Papier in einem Monate abgegeben wird, so darf man nur mit der Zahl 12 multipliziren, d. h., den Multiplikand 12 mal setzen, um das abgegebene Quantum für das ganze Jahr zu wissen. — Man setze also die Zahl 12, die bei der wirklichen Multiplikation wie eine unbenannte Zahl betrachtet wird, als Multiplikator:

Multiplikand	12 Ballen	9 Riß	16 Buch
Multiplikator			× 12

2) Nun fange man bei der Rechten an, und

a) multiplizire 16 Buch mit 12 nach §. 51., man erhält als erstes Produkt 192, d. h., 192 Buch; diese schreibe man rechts unten hin;

b) Eben so multiplizire man 9 Riß mit 12, das zweite Produkt ist 108 Riß; dieses schreibe man unter dem Striche an die zweite Stelle;

c) Endlich multiplizire man 12 mit 12, man erhält als das dritte Produkt 144 Ballen, diese schreibe man an der dritten Stelle zur Linken, man erhält:

Multiplikand	12 Ballen	9 Riß	16 Buch
Multiplikator			× 12
Produkt	144 Ballen	108 Riß	192 Buch

3) a) Die 192 Buch reduzire man nach §. 90. B. auf Riß, indem 20 Buch 1 Riß geben, man erhält 9 Riß, die man zu den 108 Riß addirt, die Summe ist dann 117 Riß, die als Rest bei der Reduktion übrig gebliebenen 12 Buch schreibe man wieder rechts an die vorige Stelle;

b) Die 117 Riß, indem 108 + 9 R. = 117 Riß, reduzire man auf Ballen, es geben nach der Tabelle A. des §. 84. immer 10 Riß 1 Ballen; man erhält 11 Ballen und 7 Riß, diesen Rest „7 Riß" schreibe man an die vorige Stelle wieder hin, und die 11 Ballen addirt man zu den 144 Ballen, man erhält zur Summe 155 Ballen.

Auf diese Weise sind abgegeben worden 144 Ballen 108 Riß und 192 Buch = 155 Ballen 7 Riß und 12 Buch, oder

Multiplikand	12 Ballen	9 Riß	16 Buch
Multiplikator			× 12
Produkt	144 Ballen	108 Riß	192 Buch
	= 155 —	7 —	12 —

Dadurch ist nun die Aufgabe ganz gelöst, und man weiß, daß unter der erwähnten Bedingung in einem Jahre 155 Ballen 7 Riß und 12 Buch Schreibpapier abgegeben wurden.

II. Beispiel:

Jemand läßt sich jede Woche nach dem baierischen Getränkmaaße ein Faß mit Bier füllen, welches 2 Eimer, 12 Maaß und 2 Quartl faßt.

Wie viel beträgt nun dieses in einem Jahre, d. h., in 52 Wochen?

Auflösung:

Man verfahre ganz auf die vorige Weise; es sind in diesem Beispiele bloß die Reduktionszahlen verschieden, indem nach §. 82. ein baier. Schenk-Eimer 60 Maaß, und 1 Maaß 4 Quartl hat:

Multiplikand	2 Eimer	12 Maaß	2 Quartl
Multiplikator			× 52
	104 Eimer	624 Maaß	104 Quartl
	= 114 —	50 —	— —

Es beträgt also das angekaufte Bier in 1 Jahre 114 E. 50 M., indem (2 E. 12 M. 2 Q.) × 52 = 114 E. + 52 M. = 114 E. 52 M.

III. Beispiel:

Man multiplizire die unbenannte Zahl 546 mit 5, indem man sie nach §. 95. c. wie eine benannte Zahl betrachtet, und 5 Hundert, 4 Zehner und 6 Einer als Multiplikand anschreibt:

Multiplikand	5 Hundert	4 Zehner	6 Einer
Multiplikator			× 5
Produkt	25 Hundert	20 Zehner	30 Einer
= 2 Taus.	7 —	3 —	— —

= 2000 + 700 + 30 + 0 = 2730.

Das nämliche Produkt 2730 hat man nach der im §. 50. aufgestellten Multiplikations-Regel erhalten, als man 546 mit 5 multiplizirte, und zum Resultate fand, daß 546 × 5 = 2730; es ist aber 546 = 500 + 40 + 6, und 546 = 5 Hund. + 4 Zehn. + 6 Einer. Daher ist auch 546 × 5 = (500 + 40 + 6) × 5 = (5 H. + 4 Z. + 6 E.) × 5 = 2730.

§. 103.

II. Regel der Multiplikation, wenn 2 oder 3 Faktoren vorkommen, und dieselben Einheiten verschiedenen Ranges in sich begreifen.

1) Nach §. 91. A. reduzire man die Einheiten aller Faktoren auf die in der Aufgabe benannten Einheiten der niedrigsten Ordnung, und betrachte sie dann wie blosse Zahlen.

2) Nach §. 51., oder wenn 3 Faktoren da sind, nach §. 57., multiplizire man dieselben mit einander, indem nun jeder der vorkommenden Faktoren durch eine einzige Zahl ausgedrückt ist.

3) Aus der vorliegenden Aufgabe muß man ermessen, was für Einheiten das erhaltene Produkt ausdrücken wird; weiß man dieses, so reduzire man nach §. 91. B. die benannten niederen Einheiten auf die nächsthöheren, diese wieder auf die nächsthöheren, und setze dieses Reduziren, so lange fort, als es angeht.

§. 104.

I. Beispiel:

In der Geometrie wird gelehret, daß man den Flächeninhalt jenes Viereckes, welches ein Rechteck

(Rektangulum) genannt wird, erhalte, wenn man die Grundlinie mit der Höhe, oder wie man sich auch ausdrückt, die Länge mit der Breite desselben multiplizirt.

Wie groß ist nun dem zufolge ein Garten, der ein Rechteck ist, wenn im baierischen Dezimalmaaße die Länge (Grundlinie) desselben 140 Ruthen 8 Fuß 6 Zoll, und seine Breite (Höhe) 80 Ruthen 4 Fuß und 3 Zoll hält?

Auflösung:

1) Nach Nro. 5. und der Tabelle b. des §. 79. reduzire man die beiden Faktoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit, indem man die Regel des §. 91. A. in Anwendung bringt, die Länge und Breite in blossen Dezimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 14086, und die Breite 8043 solche Zoll hat.

2) Diese beiden Zahlen betrachte man nun wie unbenannte Zahlen, und multiplizire sie nach §. 51., man bekömmt zum Produkte die Zahl 113'293.698.

3) Dieses Produkt drückt nun im Dezimalmaaße Quadratzolle (§. 80.) aus, indem der Flächeninhalt des Rechteckes nur wieder durch Flächen von ganz bestimmter Größe, z. B. Quadratruthen, Quadratfuß ꝛc. gemessen, und eben dadurch gefunden wird, daß man die Grundlinie und Höhe mit dem nämlichen Längenmaaße mißt, und die dadurch erhaltenen Zahlen mit einander multiplizirt, wo dann das Produkt, im Falle man mit Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. gemessen hat, auch □ Ruthen, □ Fuß, □ Zolle ꝛc. ausdrückt.

Hätte man daher die Länge und Breite in blossen Ruthen, oder nur im Fußmaaße ausgedrückt, so würde auch das erhaltene Produkt Quadratruthen oder Quadratfuß ausdrücken.

4) Die 113'293.698 □ Zoll (Quadratzoll) reduzire man nach der Tabelle b. des §. 80. auf Quadratfuß, und diese auf Quadratruthen.

Man erhält zum Resultate, daß der Flächeninhalt des Gartens 11329 Quadratruthen, 36 Quadratfuß und 98 Quadratzoll hält.

II. Beispiel:

Man erhält nach den Lehrsätzen der Stereometrie

den körperlichen Inhalt jenes geometrischen Körpers, welcher das senkrechte Parallelepipedum genannt wird, wenn man die Länge, Breite und Höhe (die Grundfläche mit der Höhe) multiplizirt, nachdem man vorhin dieselben mit dem nämlichen Längenmaaße gemessen hat.

Wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines Zimmers, welches die Gestalt eines solchen Körpers hat, und im baierischen Dezimalmaaße 48 Fuß 6 Zoll lang, 24 Fuß 4 Zoll breit, und 9 Fuß 2 Zoll hoch ist?

Auflösung:

1) Nach der Tabelle b. des §. 79. reduzire man die 3 Faktoren auf die niedrigste Benennung, und drücke somit nach §. 90. A. die Länge, Breite und Höhe in Dezimalzollen aus, man erhält, daß die Länge 486 Zoll, die Breite 244 Zoll und die Höhe 92 Zoll hat.

2) Diese 3 Zahlen betrachte man nun wie unbenannte Zahlen, und multiplizire sie nach §. 57., das Produkt ist 10'909.728.

3) Dieses Produkt drückt nun nach den Grundsätzen der Geometrie Dezimalkubikzolle (§. 81.) aus; indem man Körper nur wieder mit Körpern, als Kubikfuß, Kubikruthen ꝛc. mißt, und der gesuchte kubische Inhalt eben dadurch gefunden wird, daß man bei einem solchen Körper die Länge, Breite und Höhe mit einerlei Längenmaaße mißt, und das Produkt dieser drei Zahlen nimmt.

Hätte man die Länge, Breite und Höhe in einem andern Längenmaaße, z. B. in Ruthen, Fuß ꝛc. ausgedrückt, so würde das erhaltene Produkt Kubikruthen, Kubikfuß ꝛc. ausdrücken.

4) Die durch das Multiplizieren erhaltenen Kubikzolle reduzire man nach der Tabelle b. des §. 81. auf Kubikfuß, man erhält, daß der körperliche Inhalt — der Raum, den das Zimmer einnimmt, 10909 baierische Kubikfuß und 728 solche Kubikzoll hält.

V.

Division.

§. 105.

I. Regel der Division mit ganzen benannten Zahlen, wenn der Divisor eine einzige unbenannte, oder auch benannte Zahl, hingegen aber der Dividend eine Summe von Einheiten verschiedenen Ranges ist.

Man verfahre, um bei der vorliegenden Aufgabe den verlangten Quotienten zu finden, nach folgender Regel:

1) Ist der Divisor ebenfalls eine benannte ganze Zahl, so betrachte man ihn als eine blosse Zahl, schreibe ihn links an den zwischen ihm und dem Dividend gezogenen Vertikalstrich, und setze rechts, wo man ebenfalls bei dem Dividend eine Linie von oben nach unten zieht, den Quotienten hin;

2) Man dividire nun nach §. 68. mit dem Divisor zuerst die höchsten Einheiten des Dividends, der erhaltene erste Partialquotient drückt dann Einheiten der nämlichen Ordnung aus, und schreibe denselben rechts an den zweiten Strich hin;

3) Bleibt bei der Division ein Rest, so reduzire man ihn auf die Einheiten der nächstniederen Art, addire sie dann zu den etwa vorhandenen Einheiten der nämlichen Ordnung;

4) Auf die nämliche Weise dividire man nun die nächstniederen Einheiten mit dem Divisor, und schreibe den zweiten Partialquotienten wieder rechts zum vorigen Quotienten hin; mit dem bleibenden Reste verfahre man auf die vorige Weise, und setze dann das Dividiren bei allen folgenden Stellen so lange fort, bis man alle vorkommenden Einheiten des Dividends dividirt hat.

Durch diese Verfahrungsweise werden alle Theile des Dividends, mithin der ganze Dividend, welcher eine Summe von Einheiten verschiedener Benennung ist, in so viele gleiche Theile getheilet, als es der Divisor angibt, wodurch nun wirklich dividirt wird (§. 61. a.).

Beispiel:

Unter fünf Personen soll zu gleichen Theilen die Summe von 181 fl. 42 kr. 4 hlr. vertheilet werden, wieviel trifft nun jeder?

Auflösung:

1) Mit 5 dividire man 181 fl., man erhält zum Quotienten 36 fl. und zum Reste 1 fl.; diesen reduzire man auf Kreutzer, man erhält 60 kr., zu welchen man die vorhandenen 42 kr. addirt, die Summe ist 102 kr.

Divisor	Dividend	Partial-Quotient
5	181 fl. 42 kr. 4 hlr.	36 fl.
Theilung der Gulden	15	
	31	
	30	
Rest	1 fl. = 60 kr., und 60 kr. + 42 kr. = 102 kr.	

2) Die 102 kr. als die Summe der nächstniederen Einheiten dividire man wieder mit 5, man erhält 20 kr. zum Quotienten, und zum Reste 2 kr., diese reduzire man auf Häller, man erhält 16 Häller, zu welchen man die vorhandenen 4 Häller addirt, die Summe ist 20 Häller.

Divisor	Dividend	Partial-Quotient
5	181 fl. 42 kr. 4 hlr.	36 fl. 20 kr.
	15	
	31	
	30	
	1 fl. = 60., und 60 kr. + 42 kr. = 102 kr.	
5	102 kr.	20 kr.
Theilng der Kreutzer	10	
	2 kr. = 16 hl., und 16 hl. + 4 hl. = 20 hl.	

3) Die 20 Häller dividire man ebenfalls mit 5,

man erhält 4 Häller, es bleibt nichts als Rest übrig, wodurch nun die Division beendet ist.

5 Theilung der Häller	20 hlr.	4 Häller.
	20	

Folglich ist (181 fl. 42 kr. 4 hlr.) : 5 = 36 fl. 20 kr. 4 hlr. oder

Divisor	Dividend	Total-Quotient
5	181 fl. 42 kr. 4 hlr.	36 fl. 20 kr. 4 hlr.

§. 106.

II. Regel der Division, wenn der Dividend eine einzige benannte Zahl ist, hingegen aber der Divisor Einheiten von verschiedener Benennung in sich begreift.

1) In diesem Falle bringe man nach §. 90. A. oder nach §. 91. A. die höheren Einheiten auf die in der Aufgabe vorkommenden niedrigsten Einheiten.

2) Nach §. 68. dividire man nun den Dividend durch den Divisor, indem man beide als bloße Zahlen betrachtet.

3) Aus der vorliegenden Aufgabe ermesse man, ob der durch die Division erhaltene Quotient eine solche benannte Zahl ist, die noch auf Einheiten höherer Ordnung zu reduziren ist; in diesem Falle nehme man nach §. 90. B. oder nach §. 91. B. die benöthigten Reduktionen wirklich vor.

Beispiel:

Um für eine gewisse Anzahl Soldaten die vorgeschriebenen Brodportionen zu liefern, werden wochentlich 6 baierische Schäffel 4 Metzen und 1 Viertel Getreid erfodert; — binnen wie viel Wochen wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung leisten können?

Auflösung:

1) Man reduzire demnach, der aufgestellten Regel gemäß, die Schäffel auf Metzen, und diese auf Vier-

tel, man erhält, daß 6 Sch. + 4 M. + 1 V. = 81 Viertel, d. h., es geben 6 Schäffel 4 Metzen und 1 Viertel in jenem Getreidmaaße, das man Viertel nennt, 81 Viertel.

2) Die 108 Schäffel reduzire man ebenfalls auf Viertel, man erhält 1296 Viertel.

3) Die Zahl 1296 dividire man mit 81, man erhält zum Quotienten die Zahl 16.

Folglich wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung 16 Wochen hindurch leisten können; oder 108 Schäffel : (6 Sch. 4 M. 1 V.) = 16.

§. 107.

III. Regel der Division, wenn sowohl der Dividend, als auch der Divisor Einheiten von verschiedener Ordnung und Benennung in sich begreift.

1) Man reduzire die Einheiten des Divisors, und eben so jene des Dividends auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Ordnung;

2) Man betrachte den Dividend und den Divisor wie bloße Zahlen, und dividire jenen durch diesen nach §. 68.;

3) Den Quotienten, wenn es die vorliegende Aufgabe erfordert, reduzire man wieder auf die Einheiten höherer Ordnung.

Beispiel:

Es hinterläßt jemand eine Erbschaft von 3607 fl. 16 kr. 4 hl., dieselbe wird unter mehrere Erben vertheilet, von denen jeder 400 fl. 48 kr. 4 hl. erhält; — es ist nun die Frage, wie viel es Erben gewesen sind?

Auflösung:

1) Es muß hier durch die Berechnung untersucht werden, wie oft der Antheil eines jeden Erben in der ganzen Erbschaft enthalten ist; um deßwillen muß man

hier

hier dividiren, um mittels des Quotienten die Anzahl der Erben zu finden;

2) Man reduzire demnach sowohl den Antheil eines jeden, als auch die ganze Erbschaft auf die in der Aufgabe vorkommenden Einheiten der niedrigsten Benennung, d. h., man reduzire die vorkommenden Gulden und Kreutzer auf Häller, man erhält:

a) 3607 fl. 16 kr. 4 hl. = 1'731.492 Häller.
b) 400 fl. 48 kr. 4 hl. = 192388 Häller.

3) Man betrachte nun den Divisor und den Dividend wie blosse Zahlen, und dividire nach §. 68. die Zahl 1'731.492 mit der Zahl 192388, man erhält zum Quotienten die Zahl 9, oder 1'731.492 : 192388 = 9;

4) Weil nun 192388 Häller in 1'731.491 Häller 9 mal enthalten sind, so waren es 9 Erben oder (3607 fl. 16 kr. 4 hl.) : (400 fl. 48 kr. 4 hl.) = 9.

§. 108.

Beispiele der Division mit unbenannten Zahlen, die man wie benannte Zahlen betrachtet.

Man soll 8 Hundert 2 Zehner und 4 Einer mit 4 dividiren.

Auflösung:

1) Man dividire nach §. 105. allererst zur linken Seite die Hunderte, man erhält zum Quotienten 2 Hundert; weil kein Rest bleibt, so dividire man nach den Hunderten die Zehner;

2) Es lassen sich aber 2 Zehner mit 4 nicht dividiren, man reduzire sie also auf Einer, und addire die vorhandenen 4 Einer dazu, man erhält 24 Einer; an die Stelle der Zehner schreibe man Null, und dividire die 24 Einer mit 4, man erhält 6 Einer. Folglich ist (8 Hundert 2 Zehner 4 Einer) : 4 = 2 Hundert 0 Zehner 6 Einer.

Den nämlichen Quotienten erhält man, wenn man nach §. 67. die Zahl 824 mit 4 dividirt.

§. 109.

Probe der Division.

1) Man dividire mit dem gefundenen Quotienten den nämlichen Dividend, man muß den vorigen Divisor zum neuen Quotienten erhalten (§. 74. A.); oder

2) Man multiplizire den gefundenen Quotienten mit dem Divisor, man muß zum Produkte den Dividend erhalten (§. 74. B.).

I. Beispiel:

Im Beispiele des §. 105. hat man 36 fl. 20 kr. 4 hl. als den Totalquotienten gefunden.

Zur Probe dividire man nach §. 107. den Dividend 181 fl. 42 kr. 4 hl. durch den eben erwähnten Quotienten, man erhält den vorigen Divisor 5 zum neuen Quotienten, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

II. Beispiel:

Im Beispiele des §. 107. hat man zum Quotienten die Zahl 9 gefunden.

Zur Probe multiplizire man nach §. 101. den Divisor 400 fl. 48 kr. 4 hl. mit dem gefundenen Quotienten 9, man erhält zum Produkte den vorigen Dividend 3607 fl. 16 kr. 4 hl., woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Division ersieht.

§. 110.

Probe der Multiplikation durch die Division.

1) Man dividire auch hier, wie im §. 75. bei den unbenannten Zahlen, nach den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln das Produkt mit dem Multiplikand, man muß zum Quotienten den Multiplikator erhalten; oder

2) Man dividire mit dem Multiplikator das

Produkt, man muß zum Quotienten den Multiplikand erhalten.

Wenn man daher mit einem beliebigen Faktor dividirt, so muß man immer den andern Faktor zum Quotienten erhalten.

Beispiel:

Im I. Beispiele des §. 102. hat man durch die vorgenommene Multiplikation zum Produkte 155 Ballen 7 Riß und 12 Buch erhalten.

Zur Probe dividire man nach §. 107. das Produkt mit dem Multiplikand 12 Ballen 9 Riß 16 Buch, man erhält zum Quotienten den Multiplikator 12; oder man dividire dasselbe nach §. 105. mit dem Multiplikator 12, man muß zum Quotienten den Multiplikand 12 B. 9 R. 16 B. erhalten. Erhält man wirklich den andern Faktor wieder, dann ist durch die Division die Multiplikation als fehlerfrei erprobt worden.

Anmerkung: 1) Man könnte bei jeder dieser vier Rechnungsarten die vorkommenden Einheiten von verschiedener Benennung auf Einheiten der nämlichen Benennung reduziren, und dann die Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsakte vornehmen.

Indeß ist diese Operation ganz überflüssig, da man den in diesem Abschnitte aufgestellten Regeln gemäß die verlangten Resultate auf eine bequemere und einfachere Weise erhält.

2) Einige verstehen unter dem Reduziren nur jene Veränderungen, wodurch Zahlen oder Einheiten einer niedrigeren Ordnung auf Einheiten einer höheren Ordnung, z. B. Kreutzer auf Gulden, gebracht werden, und nennen dann jene Veränderungen das Resolviren, durch welche höhere Einheiten in niedere verwandelt werden. Ich hingegen, wie aus dem, was ich in diesem Hauptstücke vortrug, ersichtlich ist, verstehe unter dem Reduziren immerhin jene Veränderungen, wodurch niedere Einheiten in höhere, oder umgekehrt diese in jene verwandelt werden. Die erste dieser beiden Reduktionen wird von einigen auch die aufsteigende, die andere hingegen die absteigende Reduktion genannt.

§. 111.

Bemerkung, die Multiplikation und Division ganzer benannter Zahlen betreffend.

A. In Absicht auf die Multiplikation.

1) Ist der Multiplikator eine unbenannte — blosse Zahl (§. 101.), so muß der Multiplikand so oft gesetzt werden, als es der Multiplikator anzeigt (§. 45. a), wo dann das Produkt der Ordnung nach wieder die nämlichen Einheiten ausdrückt; z. B. man soll 6 kr. und 3 Häller mit 2 multipliziren, man erhält zum Produkte 12 kr. und 6 Häller, oder (6 kr. + 3 Häller) × 2 = 12 kr. + 6 Häller.

2) Ist der Multiplikator ebenfalls eine benannte Zahl (§. 101. und §. 103.), so muß man entweder aus der vorliegenden Aufgabe, oder mittels anderwärtiger Kenntnisse wissen, daß man das verlangte Resultat erhalte, wenn man den Multiplikator, nachdem man ihn, wenn es die Aufgabe erfordert, auf die gehörige Weise reduzirt hat, wie eine blosse — unbenannte Zahl betrachtet, und damit den Multiplikand multiplizirt, wie dieses in den Beispielen des §. 102. und §. 104. der Fall war.

B. In Absicht auf die Division.

1) Ist der Divisor eine blosse — unbenannte Zahl (§. 105.), so ist durch die Division eigentlich der Divisor zu suchen, indem der anfangs gegebene Divisor im Grunde der Quotient ist (§. 61. a. b. und c.).

Dieses geschieht, wenn man den Dividend in so viele gleiche Theile theilet, als es der Divisor, vielmehr Quotient, anzeigt (§. 61. d.)

Um deßwillen dividirt man mit der gegebenen unbenannten Zahl alle Theile des Dividends, d. h., den ganzen Dividend, um den gesuchten Quotienten, vielmehr Divisor, zu finden.

2) Ist der Divisor ebenfalls eine benannte Zahl (§§. 105. 106. und 107.), und man hat, im Falle es die Aufgabe erfordert, auf die angegebene Weise den Dividend und den Divisor auf die vorkommenden Einheiten der niedrigsten Ordnung reduzirt, so muß man

ebenfalls, wie bei der Multiplikation, entweder aus der vorliegenden Aufgabe selbst, oder mittels anderwärtiger Kenntnisse wissen, daß man das verlangte Resultat finde, wenn man den aufgestellten Regeln gemäß verfährt, wie dieses in den Beispielen der eben zitirten §§. der Fall gewesen ist.

VI.

Wiederholung in Fragen, und Beispiele.

§. 112.

Wiederholung in Fragen.

1) In wie ferne können die unbenannten Zahlen wie benannte Zahlen betrachtet werden?

2) Warum ist es nicht nothwendig, daß bei den benannten Zahlen eben so, wie bei den unbenannten, die Erklärungen über Summe, Summand rc., ferner die Grundsätze und Beweise angeführt werden?

3) Welchen Vortheil verschafft man sich, wenn man die unbenannten Zahlen nach den nämlichen Regeln addirt, subtrahirt rc., wie die benannten Zahlen?

4) Aus welchem Grunde kommen bei den vier Rechnungsarten mit den benannten Zahlen die nämlichen Regeln in Anwendung, welche bei jenen der unbenannten Zahlen aufgestellt worden sind?

5) Nach welchen Regeln macht man ebenfalls bei der Addition und Subtraktion mit benannten Zahlen von verschiedener Benennung die Probe?

6) Nach welcher Regel geschieht die Multiplikation mit benannten Zahlen, wenn entweder ein Faktor, oder beide Faktoren Zahlen von verschiedener Benennung sind?

7) Wie geschieht die Division mit solchen Zahlen, wenn entweder eine, oder beide der anfangs gegebenen Größen Zahlen von verschiedener Benennung sind?

8) Nach welcher Regel macht man bei der Division oder Multiplikation mit solchen Zahlen die Probe?

9) Warum muß bei der Multiplikation mit be-

nannten Zahlen der Multiplikator immerhin entweder eine unbenannte — blosse Zahl sein, oder als eine solche betrachtet werden?

10) Was heißt dividiren, wenn der anfangs gegebene Divisor eine unbenannte, und der Dividend eine benannte Zahl ist, oder wenn die beiden zur Division gegebenen Größen benannte Zahlen sind?

§. 113.

Beispiele zur Uebung.

I.

Bei Berechnung der Daten nach Jahr, Monat, Tag ꝛc. hat man einige Eigenheiten zu merken. Es wird nämlich, wenn das Jahr, Monat, Tag ꝛc. noch nicht verflossen ist, allezeit das vorhergehende Jahr, Monat ꝛc. angeschrieben; bei der niedrigsten Ordnung wird die Zahl, welche den Monat, Tag oder die Stunde ausdrückt, so geschrieben, wie sie gegeben ist. Die Monate werden der Ordnung nach, wie sie im Kalender auf einander folgen, mit Ziffern bezeichnet, wobei man zugleich bemerken muß, ob es ein Monat von 30 oder 31 Tagen ist:

Der	Namen der Monate mit der Anzahl ihrer Tage
1.	Jäner oder Wintermonat 31 Tage.
2.	Februar oder Hornung 28 (29) T.
3.	März oder Frühlingsmonat 31 T.
4.	April oder Ostermonat 30 T.
5.	Mai oder Wonnemonat 31 T.
6.	Juni oder Brachmonat 30 T.
7.	Juli oder Heumonat 31 T.
8.	August oder Aerntemonat 31 T.
9.	September oder Herbstmonat 30 T.
10.	Oktober oder Weinmonat 31 T.
11.	November oder Windmonat 30 T.
12te Monat	Dezember oder Christmonat 31 T.

*) Nach geballter Faust, wenn man die Monate vom Knöchel des Zeigfingers an durch alle Grübchen und Knöchel bis zum kleinen, und von da zurück auf den Zeigfinger bis auf den dritten Finger zählt, fallen die Monate mit 30 Tagen (der Hornung hat 28, 29) in die Grübchen, und jene mit 31 kommen auf die Knöchel.

Die Stunden werden von Mitternacht bis wieder zu Mitternacht gezählet; z. B. „1799 den 3ten Mai

Abends 7 Uhr" wird mathematisch so angeschrieben: „1798 Jahr + 4 Monat + 2 Tag + 7 Stunden."

Im Gegentheile müssen so geschriebene Daten jederzeit um ein Jahr, Monat, einen Tag rc. höher gelesen werden; die niedrigste Ordnung wird gelesen, wie sie steht.

I. Beispiel:

Ein Mann ist im Jahre 1712 den 18. Februar oder Hornung geboren worden, und starb 1809 den 19. März; wie alt ist er geworden?

Auflösung:

Minuend	1808 J. +	2 M. +	19 T.
Subtrahend	1711	1	18
Rest	97 J. +	1 M. +	1 T.

Weil der Rest kein Datum ist, so lese man denselben, wie er da steht, nämlich dieser Mann ist 97 Jahre 1 Monat und 1 Tag alt geworden.

II. Beispiel:

Eine Person starb den 30. August 1808 in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen; wann ist dieselbe geboren worden?

Auflösung:

Minuend	1807 J. +	7 M. +	30 T.
Subtrahend	19	5	14
Rest	1788 J. +	2 M. +	16 T.

Dieselbe ist also im Jahre 1789 den 16. März geboren worden.

Zur Probe kehrt man z. B. diese Aufgabe um, und sagt: Eine Person ist den 16. März 1789 geboren worden, und in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen gestorben; wann ist dieselbe gestorben?

Stellt man nun nach den so eben aufgestellten Regeln die Berechnung an, so muß man, im Falle sich

kein Fehler eingeschlichen hat, zum Resultate finden, daß diese Person den 30. August 1808 gestorben ist.

Auf diese Weise werden nun folgende Aufgaben aufgelöset:

a) Seine Majestät Maximilian Joseph König von Baiern, unser allergnädigster Landesvater, wurde den 27. Mai 1756 geboren, übernahm die Regierung zu Pfalzbaiern den 16. Februar 1799, wurde als König proklamirt den 1. Jäner 1806, und vermählte sich zum zweitenmal den 9. März 1797.

Ihre Majestät Friderika Wilhelmina Karolina Königin von Baiern, unsere allergnädigste Landesmutter, wurde den 13. Juli 1776 geboren.

Wie lange ist es nun, seitdem sich diese wichtigen Ereignisse zugetragen haben?

b) Bei Ausgrabung eines gewissen Waldes wurde eine alte vergrabene Münze von Kempten vorgefunden, wo die Jahreszahl 1523 zu lesen ist; wie viele Jahre sind bis jetzt verflossen, seitdem dieselbe geprägt wurde?

c) Man will das Alter dreier Personen wissen, und in dem sogenannten Taufbuche findet man, daß die erste den 18. April 1784, die zweite den 14. August 1759, und die dritte den 26. Oktober 1774 geboren wurde; es ist nun die Frage, welches Alter hat jede dieser drei Personen den 14. Februar (Hornung) 1817 erreicht.

d) Wie lange ist es seit dem Abschluße des westphälischen Friedens, da wir aus der Geschichte wissen, daß derselbe im Jahre 1648 den 24. Oktober unterzeichnet wurde?

II.

Addirt man z. B. die beiden Zahlen 8 und 16, und dividirt man die Summe 24 mit 2, so nennt man den erhaltenen Quotienten 12 das arithmetische Medium — die arithmetische Mittelzahl; darunter versteht man demnach jenen Quotienten, den

man erhält, wenn man die Summe dieser beiden Zahlen mit 2 dividirt.

Es hat z. B. jemand ehemals jährlich 1478 fl. 48 kr. und 4 Häller, und nachher 1872 fl. 36 kr. und 2 Häller Einkünfte bezogen; wie groß ist nun der Betrag, wenn davon die arithmetische Mittelzahl genommen wird?

III.

Unter dem zehnjährigen Durchschnitte versteht man jene Zahl, die man als Quotienten erhält, wenn man die Erträgnisse von zehn auf einander folgenden Jahren zusammenzählet — addirt, diese Summe mit 10 dividirt — in 10 gleiche Theile theilet, und davon einen, somit den zehnten Theil nimmt. Im Gegentheile versteht man aber z. B. unter acht- oder zwölfjährigen Durchschnitt jenen Quotienten, den man erhält, wenn man die Summe der Erträgnisse von 8 oder 12 Jahren mit den Zahlen 8 oder 12 dividirt.

Gesetzt nun, die Erträgnisse einer gewissen Pfarrei seien in den nachstehenden 10 Jahren folgende gewesen:

1) Im Jahre 1802 haben sich dieselben auf 840 fl. 40 kr. 4 Häller belaufen, — 2) 1803 auf 720 fl. 36 kr., — 3) 1804 auf 856 fl. 59 kr. 2 Häller, — 4) 1805 auf 950 fl. 40 kr., — 5) 1806 auf 820 fl. 18 kr., — 6) 1807 auf 830 fl. 34 kr., — 7) 1808 auf 784 fl. 17 kr. 7 Häller, — 8) 1809 auf 704 fl. 18 kr. 4 Häller, — 9) 1810 auf 684 fl. 57 kr. 6 Häller, — 10) und im Jahre 1811 auf 670 fl. 10 kr. 6 Häller; welcher zehnjährige Durchschnitt ergibt sich nun in diesem Falle?

IV.

Bei den am 10. und 11. Jäner 1813 zu Kempten zum Besten der verwundeten königlich baierischen Krieger gegebene Konzerte sind bei der ersten Produktion 395 fl. 10 kr. 4 Häller, bei der zweiten und in mehreren nachgesandten einzelnen Beiträgen 84 fl. 42 kr. an milden Gaben eingegangen. Die auf Zu-

rüstungen, Beleuchtung 2c. bestrittenen Unkosten mit Ausschluß der in der Dannheimer'schen Buchdruckerei umsonst gedruckten doppelten Anzeigen beliefen sich auf 61 fl. 37 kr.; wie viel konnte nun nach Abzug dieser Unkosten von den erwähnten milden Beiträgen an den Kriegs-Oekonomie-Rath noch eingesendet werden?

V.

Welcher ist der kubische Inhalt eines Zimmers, welches im baierischen Duodezimalmaaße 2 Ruthen 4 Fuß 6 Zoll lang, 2 Ruthen 1 Fuß 1 Zoll breit, und 1 Ruthe 4 Fuß 6 Zoll hoch ist?

VI.

Welcher ist der Kubikinhalt eines Holzstoßes, welcher im baierischen Dezimalmaaße 18 Ruthen 4 Fuß lang, 1 Ruthe 7 Fuß hoch, und 3 Fuß 5 Zoll breit ist?

VII.

Welche Summe Geldes geben zusammen 128 Stück baier. Dukaten, 48 Stück baier. Maxd'ors und 22 Stück baier. Kronenthaler?

VIII.

Die Ausgaben seien z. B. bei einer gewissen Haushaltung im ersten Monate eines Quartals 86 fl. 48 kr. 4 Häller, im zweiten 76 fl. 36 kr. 6 Häller, und im dritten 72 fl. 18 kr. 4 Häller, dagegen aber habe sich die gesammte Einnahme während dieser 3 Monate auf 280 fl. belaufen; um wie viel übertrifft nun die Einnahme in diesem Falle die Ausgabe?

IX.

Wie viel baierische Klafter hält ein Holzstoß, welcher im baier. Duodezimalmaaße 30 Fuß in der Länge, 12 Fuß in der Höhe und 4 Fuß in der Breite, d. h., 4 Fuß Scheiterlänge hat, da es bekannt ist, daß die baier. Klafter als Holzmaaß — das baier. Holz-Klaftermaaß — 126 baier. Kubikfuß hat?

X.

Eine Erbschaft von 5640 fl. 36 kr. 4 Häller soll unter vier Erben zu gleichen Theilen vertheilt werden, wie viel trifft es nun jedem?

XI.

Ein Dienstbothe bezieht in einem Jahre, d. h., in 12 Monaten, oder was eines ist, in 365 Tagen 48 fl. 40 kr. Lohn; wie viel trifft nun demselben in einem Monate, und wie viel in einem Tage?

XII.

Von einer gewissen Waare kostet 1 Zentner baierischen Handelsgewichts 24 fl. 38 kr. 4 Häller, was kosten 48 Zentner der nämlichen Waare?

III. Hauptstück.

Vom Kopfrechnen, und von einigen Vortheilen bei dem Numeriren, und den vier Rechnungsarten mit ganzen unbenannten Zahlen.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren.

§. 114.

Begriff von der Zahl und dem Zählen.

Rupert bekam von seinem Lehrer, weil er seine Aufgabe gut gelernt hatte, einen Apfel, und Fritz, weil er die seinige noch besser wußte, bekam zwei Aepfel; wenn ich nun euch, meine Schüler! frage, wie viel Aepfel Rupert und Fritz mit einander bekommen haben, so werdet ihr ohne Anstand zur Antwort geben, sie haben mit einander drei Aepfel erhalten.

Nun sehet, meine Schüler! wenn man untersucht und angibt, wie viel man Dinge hat, oder wie viel Sachen da sind, so heißt man dieses das Zählen (§. 2. b.), und die Wörter eins, zwei, drei ꝛc. nennt man Zahlwörter oder Zahlen, weil sie ausdrücken, wie viel Dinge, oder wie viel Sachen der nämlichen Art da sind, oder gedacht werden müssen (§. 2. a.).

Es gibt große und kleine Zahlen, je nachdem die Rede ist von vielen oder von wenigen Sachen; wenn ich nur zwei oder drei Aepfel zum Zählen habe, so erhalte ich auch kleine Zahlen, wenn ich aber einen Korb voll Aepfel zählen soll, so bekomme ich auch

eine größere Zahl, die mir die Anzahl der vorhandenen Aepfel angibt.

Zählen, wenigstens mit kleineren Zahlen, muß jeder Mensch können; denn alles, was wir zum Essen nnd Trinken, zur Kleidung, Wohnung rc. brauchen, bestimmen wir, um den Werth der Sachen angeben zu können, nach Zahl, Maaß und Gewicht. Ganz vorzüglich müßt aber ihr, meine lieben Schüler! mit dem Zählen umzugehen wissen, und mit den Zahlen vertraut sein, weil ihr ohne dieses das Rechnen, diese schöne und nützliche Kunst, nicht erlernen könutet.

Wer von euch kann mir seine Finger an beiden Händen, oder von eins bis zehn hinauf und von zehn bis eins wieder herab, zählen? Nun gut! Rupert zählt seine Finger von eins bis zehn hinauf, und Fritz zählt sie wieder von zehn bis eins herab. Dieses Vor- und Rückwärtszählen müßt ihr so lange wiederholen, bis ihr es recht gut könnet, und es somit darin zur Fertigkeit gebracht habt.

Um euch die Sache noch auf eine andere Weise begreiflich und anschaulich zu machen, will ich krumme und gerade Striche an die Tafel hinzeichnen, und euch zeigen, wie ihr vor- und rückwärts zählen müsset:

a) Zum Vorwärtszählen:

Ein krummer Strich			(
zwei krumme Striche			((
drei	—	—	(((
vier	—	—	((((
fünf	—	—	(((((
sechs	—	—	((((((
sieben	—	—	(((((((
acht	—	—	((((((((
neun	—	—	(((((((((
zehn	—	—	((((((((((

b) Zum Rückwärtszählen.

zehn gerade Striche			I I I I I I I I I I
neun	—	—	I I I I I I I I I
acht	—	—	I I I I I I I I

sieben gerade Striche			|||||||
sechs	—	—	||||||
fünf	—	—	|||||
vier	—	—	||||
drei	—	—	|||
zwei	—	—	||
ein gerader Strich				

§. 115.

Von den Zahlzeichen oder Ziffern.

Mit solchen Strichen, wie ihr hier an der Tafel sehet, rechnen viele Menschen, indeß aber nur solche, die das Rechnen nie in der Schule gelernt haben; fleißige Schüler hingegen, die beim Unterrichte recht aufmerken, wissen auf eine viel einfachere und bequemere Weise zu rechnen, indem sie anstatt der vielen Striche von eins bis zehn, oder von zehn bis eins, allemal nur ein oder höchstens zwei Zeichen schreiben, die man, weil sie Zahlen bedeuten, Zahlzeichen oder Ziffern heißt, und welche kürzer die Anzahl der vorhandenen Striche oder Sachen anzeigen (§. 12.).

Ich will euch diese Zeichen an die Tafel hinschreiben, um euch damit bekannt zu machen, und aber gleich zum Voraus bemerken, daß das Zeichen 0, welches gelesen wird Null, anzeigt, daß keine Sache da ist, und daß es, wenn man es rechts an das Zeichen 1, welches eine einzige Sache bedeutet, hinsetzt und somit 10 schreibt, anzeigt, daß zehn Striche oder Sachen da sind.

Diese beiden Zahlzeichen sehet ihr hier in Verbindung mit den übrigen acht Ziffern, wie sie der Ordnung nach auf einander folgen:

Das Zeichen 1 bedeutet			oder eine Sache, das heißt, einen Strich,
das Zeichen 2	—	||	oder zwei Sachen,
das Zeichen 3	—	|||	
das Zeichen 4	—	||||	

das Zeichen	5	bedeutet	| | | | |
das Zeichen	6	—	| | | | | |
das Zeichen	7	—	| | | | | | |
das Zeichen	8	—	| | | | | | | |
das Zeichen	9	—	| | | | | | | | |
das Zeichen	10	—	| | | | | | | | | |

Diese Zahlzeichen, mit denen man die Zahlen viel bequemer bezeichnet, heißt man auch, weil wir sie aus Arabien erhalten haben sollen, arabische Ziffer, zum Unterschiede von andern Zeichen, mit denen man auch Zahlen ausdrücken kann, womit man aber euch jetzt noch nicht bekannt macht.

Die zehn Zahlzeichen oder Ziffern, die ihr hier an der Tafel sehet, müßt ihr recht kennen lernen, und nicht nur wissen, was sie bedeuten, sondern sie auch ganz deutlich schreiben können. Mit diesen wenigen Zeichen kann man, wie ihr bald sehen werdet, alle Zahlen schreiben, wenn sie auch bis auf Hunderte, Tausende, und noch weiter, gehen.

Anmerkung: Der Lehrer kann auch die Zahlen, anstatt mit Strichen, durch Punkte versinnlichen, die er entweder an die Tafel hinschreibt, oder zu Haus in der Größe eines Sechsers auf einen Bogen Papier zeichnet, den er damit in der Schule aufhängt.

§. 116.

Uebung im Zählen bis auf Hundert.

Bis jetzt, meine Schüler! könnet ihr nur bis auf zehn zählen; ihr müßt aber noch viel weiter zählen können, weil sehr oft von mehr, als nur von zehn Sachen die Rede ist.

Sehet, ich habe hier mehrere Federkiele, und ich möchte nun wissen, wie viele es sind; wir wollen sie deßhalb zählen, und sie, so oft es zehn sind, zusammen binden; überdieß wollen wir zum ersten Bündel von zehn Kielen eine Federkiele, dann zwei Kiele, drei Kiele, vier Kiele ꝛc. hinlegen, bis wieder zehn neue Kiele dort sind, und wir somit zweimal zehn oder zwanzig haben, die uns zwei Bündel, jede von zehn

Kielen, geben; dann wollen wir zu diesen Bündeln wieder eine Kiele, dann zwei Kiele, drei Kiele ꝛc. hinlegen, bis wir einen neuen Bindel von zehn Kielen, und also dreimal zehn oder dreißig Kiele haben, und dieß Verfahren so lange fortsetzen, bis wir zehn Bündel, jeden mit zehn Kielen, haben, und somit auf Hundert zählten.

Hier will ich euch nach und nach, da ihr für die ersten zehn Zahlen die Ziffer schon wisset, für die Zahlen von zehn und eins oder eilf bis auf Hundert alle Zahlzeichen hinschreiben, und euch zugleich die Benennungen derselben angeben:

oder, wie man im gewöhnlichen Leben zu zählen pflegt,

Zehn und eins . .	11	eilf,
zehn und zwei . . .	12	zwölf,
zehn und drei . . .	13	dreizehn,
zehn und vier . . .	14	vierzehn,
zehn und fünf . . .	15	fünfzehn,
zehn und sechs . . .	16	sechszehn,
zehn und sieben . . .	17	siebenzehn,
zehn und acht . . .	18	achtzehn,
zehn und neun . . .	19	neunzehn,
zweimal zehn	20	zwanzig;
Zweimal zehn und eins	21	ein und zwanzig,
zweimal zehn und zwei	22	zwei und zwanzig,
zweimal zehn und drei	23	drei und zwanzig,
zweimal zehn und vier	24	vier und zwanzig,
zweimal zehn und fünf	25	fünf und zwanzig,
zweimal zehn und sechs	26	sechs und zwanzig,
zweimal zehn und sieben	27	sieben und zwanzig,
zweimal zehn und acht	28	acht und zwanzig,
zweimal zehn und neun	29	neun und zwanzig,
dreimal zehn	30	dreißig;
Dreimal zehn und eins	31	ein und dreißig,
dreimal zehn und zwei	32	zwei und dreißig,
dreimal zehn und drei	33	drei und dreißig,
dreimal zehn und vier	34	vier und dreißig,
dreimal zehn und fünf	35	fünf und dreißig,
dreimal zehn und sechs	36	sechs und dreißig,
dreimal zehn und sieben	37	sieben und dreißig,
dreimal zehn und acht	38	acht und dreißig,

drei-

dreimal zehn und neun	39	neun und dreißig,
viermal zehn	40	vierzig;
Viermal zehn und eins	41	ein und vierzig,
viermal zehn und zwei	42	zwei und vierzig,
viermal zehn und drei	43	drei und vierzig,
viermal zehn und vier	44	vier und vierzig,
viermal zehn und fünf	45	fünf und vierzig,
viermal zehn und sechs	46	sechs und vierzig,
viermal zehn und sieben	47	sieben und vierzig,
viermal zehn und acht	48	acht und vierzig,
viermal zehn und neun	49	neun und vierzig,
fünfmal zehn	50	fünfzig;
Fünfmal zehn und eins	51	ein und fünfzig,
fünfmal zehn und zwei	52	zwei und fünfzig,
fünfmal zehn und drei	53	drei und fünfzig,
fünfmal zehn und vier	54	vier und fünfzig,
fünfmal zehn und fünf	55	fünf und fünfzig,
fünfmal zehn und sechs	56	sechs und fünfzig,
fünfmal zehn und sieben	57	sieben und fünfzig,
fünfmal zehn und acht	58	acht und fünfzig,
fünfmal zehn und neun	59	neun und fünfzig,
sechsmal zehn	60	sechszig;
Sechsmal zehn und eins	61	ein und sechszig,
sechsmal zehn und zwei	62	zwei und sechszig,
sechsmal zehn und drei	63	drei und sechszig,
sechsmal zehn und vier	64	vier und sechszig,
sechsmal zehn und fünf	65	fünf und sechszig,
sechsmal zehn und sechs	66	sechs und sechszig,
sechsmal zehn und sieben	67	sieben und sechszig,
sechsmal zehn und acht	68	acht und sechszig,
sechsmal zehn und neun	69	neun und sechszig,
siebenmal zehn . . .	70	siebenzig;
Siebenmal zehn und eins	71	ein und siebenzig,
siebenmal zehn und zwei	72	zwei und siebenzig,
siebenmal zehn und drei	73	drei und siebenzig,
siebenmal zehn und vier	74	vier und siebenzig,
siebenmal zehn und fünf	75	fünf und siebenzig,
siebenmal zehn und sechs	76	sechs und siebenzig,
siebenmal zehn und sieben	77	sieben und siebenzig,
siebenmal zehn und acht	78	acht und siebenzig,

oder, wie man im gewöhnlichen Leben zu zählen pflegt,

siebenmal zehn und neun	79		neun und siebenzig,
achtmal zehn	80		achtzig;
Achtmal zehn und eins	81	oder, wie man im gewöhnlichen Leben zu zählen pflegt,	ein und achtzig,
achtmal zehn und zwei	82		zwei und achtzig,
achtmal zehn und drei	83		drei und achtzig,
achtmal zehn und vier	84		vier und achtzig,
achtmal zehn und fünf	85		fünf und achtzig,
achtmal zehn und sechs	86		sechs und achtzig,
achtmal zehn und sieben	87		sieben und achtzig,
achtmal zehn und acht	88		acht und achtzig,
achtmal zehn und neun	89		neun und achtzig,
neunmal zehn . . .	90		neunzig;
Neunmal zehn und eins	91		ein und neunzig,
neunmal zehn und zwei	92		zwei und neunzig,
neunmal zehn und drei	93		drei und neunzig,
neunmal zehn und vier	94		vier und neunzig,
neunmal zehn und fünf	95		fünf und neunzig,
neunmal zehn und sechs	96		sechs und neunzig,
neunmal zehn und sieben	97		sieben und neunzig,
neunmal zehn und acht	98		acht und neunzig,
neunmal zehn und neun	99		neun und neunzig,
zehnmal zehn . . .	100		hundert.

Anmerkung: 1) Man kann die Finger von zehn Schülern, oder Geldstücke, Bohnen ꝛc. zu Hilfe nehmen, um den Schülern das Zählen von eins bis hundert durch eine sinnliche Darstellung zn erleichtern, wenn man nur darauf Rücksicht nimmt, daß die gewählten körperlichen Gegenstände den Schülern in der öffentlichen Schule und beim Privatunterrichte auf eine bequeme Weise vorgezeigt und sichtbar gemacht werden können.

2) Was in der Anmerkung des §. 115. in Betreff der Versinnlichung durch Punkte in Absicht auf die ersten zehn Zahlen gesagt wurde, gilt auch hier; und rücksichtlich der Tabelle des folgenden §., in welcher die Zahlen von 1 bis 100 durch Striche dargestellt sind.

§. 117.

Begriff von Einern, Zehnern und Hunderten.

Die Zahlen von **eins** bis **neun**, welche mit einem Zahlzeichen geschrieben werden, und weniger als zehn sind, nennt man **Einer**; zehn solche **Einer**

nennt man einen Zehner, und zehn Zehner heißt man ein Hundert; daher z. B. 2 bedeutet zwei Einer, 3 bedeutet drei Einer rc., und 20 bedeutet zwei Zehner, 30 bedeutet drei Zehner rc., und endlich 100 bedeutet zehn Zehner oder Hundert.

Hundert könnet ihr auf nachstehender Tabelle anschauen; sie enthält 10 Reihen, und jede Reihe hat 10 Striche. Zählet diese Reihe öfters ab, damit euch das Zählen von 1 bis 100 immer geläufiger wird.

Tabelle.

<table>
<tr><td>Erste Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>zehn,</td><td>10</td></tr>
<tr><td>zweite Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>zwanzig,</td><td>20</td></tr>
<tr><td>dritte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>dreißig,</td><td>30</td></tr>
<tr><td>vierte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>vierzig,</td><td>40</td></tr>
<tr><td>fünfte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>fünfzig,</td><td>50</td></tr>
<tr><td>sechste Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>sechszig,</td><td>60</td></tr>
<tr><td>siebente Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>siebenzig,</td><td>70</td></tr>
<tr><td>achte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>achtzig,</td><td>80</td></tr>
<tr><td>neunte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>neunzig,</td><td>90</td></tr>
<tr><td>zehnte Reihe</td><td>| | | | | | | | | |</td><td>hundert,</td><td>100</td></tr>
<tr><td></td><td>10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. 100.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

In der ersten Reihe sehet ihr von der linken zur rechten Seite zehn Striche, nehmt ihr die zweite Reihe von der Linken zur Rechten dazu, so habet ihr 2mal zehn oder zwanzig Striche, nehmt ihr die dritte Reihe von der Linken zur Rechten dazu, so erhaltet ihr 3mal zehn oder dreißig Striche, und so übersehet ihr nach und nach vierzig, fünfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig, und endlich, wenn ihr von der Linken zur Rechten auch die letzte Reihe dazu zählet, 10mal zehn oder hundert Striche, wie ich es zur rechten Seite durch die beigefügten Zahlzeichen und die vorgesetzten Benennungen derselben bemerkte.

Wie ihr die Striche von der Linken zur Rechten, und die Reihen von oben nach unten zählen könnet, eben so könnte man die Striche von oben nach unten,

und die Reihen von der linken zur rechten Seite zählen; ihr erhaltet auf diese Weise, wie es die unten stehenden Zahlzeichen von der Linken zur Rechten anzeigen, zehn Striche, dann zwanzig Striche, dreißig Striche ꝛc.

Endlich könnte man auch die Striche und Reihen von der rechten zur linken Seite und von unten nach oben zählen, um zehn, zwanzig, dreißig ꝛc. zu erhalten; indeß wäre aber das nicht so bequem, weil wir von der Linken zur Rechten lesen, und die Striche von oben nach unten an die Tafel oder auf das Papier hinschreiben.

Noch muß ich euch, meine Schüler! in Absicht auf diese Tabelle bemerken, daß ihr euch auch im Rückwärtszählen fleißig üben müsset, indem ihr beim Zurückzählen, wie wir es im §. 114. bei den geraden Strichen machten, immer eines nach dem andern weggerechnet, und somit, bei 100 angefangen, saget: neun und neunzig, acht und neunzig, sieben und neunzig ꝛc.

§. 118.

Vom Lesen und Schreiben ein- und zweitheiliger Zahlen.

Ihr habet gesehen, daß man die ersten neun Zahlen von 1 bis 9 nur mit einem Zahlziffer schreibt, während die Zahl 10 schon mit zwei Zeichen, nämlich durch 1 und 0 geschrieben wird (§. 115.); auch wisset ihr die Bedeutung dieser Zahlzeichen, und könnet deßhalb schon Zahlen schreiben, die nicht größer als zehn sind.

Nun merket, meine Schüler! die Zahlen, die nur mit einem Ziffer geschrieben werden, nenne ich eintheilige oder einzifferichte Zahlen, und solche sind die ersten neun Zahlen — einschlüssig von 1 bis 9; dagegen aber heissen Zahlen, die mit zwei Ziffern geschrieben werden, zweitheilige oder zweizifferichte Zahlen, wie z. B. die Zahl 10.

Bei den zweizifferichten Zahlen kommen keine neuen Zahlzeichen vor; mit den arabischen Ziffern von 1 bis

9 und mit 0 kann man alle Zahlen von zehn bis neun und neunzig schreiben, und ihr werdet in der Folge sehen, daß man mit diesen wenigen Zeichen gar alle Zahlen, sie mögen wie immer groß sein, schreiben kann.

Um dieses thun zu können, setzt man die Ziffern auf einen andern Platz, und läßt sie immer zehnmal mehr gelten.

Sehet, ich mache hier zwei Punkte an die Tafel, als:

. .

Der Punkt rechter Hand bedeutet den ersten Platz, wohin man die Einer schreibt, das ist, die Zahlen von eins bis neun, und der Punkt linker Hand bedeutet den zweiten Platz, auf den man die Zehner schreibt, als einmal zehn, zweimal zehn, dreimal zehn, viermal zehn rc.

Ich setze nun, ihr sollet die Zahl sechszehn schreiben, für die es kein eigenes Zeichen mehr gibt; diese Zahl Sechszehn, das ist, zehn und sechs, besteht aus einem Zehner und sechs Einern, ihr schreibet also 6 auf den ersten Platz rechter Hand, und 1 links darneben, um anzuzeigen, daß man hier 6 Einer und 1 Zehner, also sechszehn oder zehn und sechs hat; sehet hier die Zahl Sechszehn:

16
. .

Der Einer ist da linker Hand nicht mehr eins, sondern zehn. Stände das Zahlzeichen 2 oder 3 an seiner Stelle, so hieße es beim 2er zweimal zehn oder zwanzig, beim 3er dreimal zehn oder dreißig, und man würde durch 26 und 36 die Zahl „sechs und zwanzig, dann sechs und dreißig“ schreiben.

Was ich von 2 und 3 bemerkte, gilt auch von den übrigen Ziffern 4, 5, 6, 7, 8 und 9; um nämlich vierzig, fünfzig, sechszig rc. zu schreiben, setzt man links an die zweite Stelle die Ziffern 4, 5, 6 rc. während die Zahlzeichen, die nur Einer anzeigen, immer rechts an die erste Stelle geschrieben werden.

Weil ihr dieses wisset, so könnet ihr jetzt gewiß jede zweitheilige Zahl, wenn sie mit Ziffern geschrie-

ben ist, gehörig lesen, und, wenn sie euch vorgesagt wird, wieder gehörig schreiben.

Beim Lesen der zweizifferichten Zahlen gebt ihr Acht, welches Ziffer am zweiten Platze links an der Stelle der Zehner, und welches rechts an der Stelle der Einer steht, um zu wissen, wie viele Zehner und Einer da sind, und somit, wie groß die gegebene Zahl ist; ist z. B. die Zahl 49 gegeben, so hat man 4 mal zehn oder 4 Zehner und 9 Einer, daher lies't man „viermal zehn und neun", oder was gewöhnlich ist, „neun und vierzig"; nach dieser letzten Art spricht man zuerst die Einer rechter Hand und dann erst die Zehner linker Hand aus.

Sollet ihr eine zweizifferichte Zahl lesen, die rechts eine Null (0) hat, so ist es ein Zeichen, daß in dieser Zahl keine Einer vorkommen, ihr leset also nur die Zehner; daher leset ihr z. B. die Zahl 60 auf diese Weise „sechs Zehner", oder was gewöhnlich ist, „sechszig."

Zur linken Seite werdet ihr bei zweitheiligen Zahlen die Null (0) nicht antreffen, weil sie gar nichts bedeuten würde; so leset ihr z. B. die Zahl 08, wenn ihr bloß saget „acht", also gerade so, als wenn die Null gar nicht da wäre (§. 18. A. Nro. 1. und 2.).

Sollet ihr dagegen zweitheilige Zahlen anschreiben, so schreibet links an den zweiten Platz zuerst die ausgesprochenen Zehner und dann rechts an die erste Stelle die Einer hin; sind keine Einer da, so schreibet ihr an ihre Stelle die Null (0); deßwegen werdet ihr z. B. die Zahlen „sechs und achtzig", dann „fünfzig" auf diese Weise schreiben: 86 und 50.

Ihr dürfet nämlich vorhin nur allemal nachdenken, wie viele Zehner und wie viele Einer in der gegebenen Zahl, die ihr schreiben sollet, vorkommen (§. 19. Nro. 2.).

Beispiele zur Uebung:

1) Zum Lesen.

Wie werden die Zahlen 41, 24, 56, 65, 79, 97, 12, 21, 11, 20, 50 und 80 gelesen?

2) Zum Schreiben.

wie schreibt man	wie schreibt man
zwölf,	siebenzig,
achtzehn,	neun und achtzig,
zwanzig,	vier und sechszig,
fünf und vierzig,	fünf und fünfzig,
neunzehn,	acht,
neun und dreißig?	neun und neunzig?

Anmerkung: In der Tabelle des §. 115. findet man die ersten zehn Zahlen, und in der Tabelle des §. 116. die übrigen Zahlen von eilf bis hundert; woraus ersichtlich ist, wie jede ein- und zweizifferichte Zahl gelesen und mit Ziffern geschrieben wird.

§. 119.

Vom Lesen und Schreiben dreizifferichter Zahlen.

Soll man dreizifferichte oder dreitheilige Zahlen, das ist, solche Zahlen lesen, die mit drei Ziffern geschrieben werden, so bedeutet das erste Ziffer rechts Einer, das zweite Zehner und das dritte Hunderte; findet ihr an der ersten Stelle rechts eine Null, und auch an der zweiten Stelle, so ist es ein Zeichen, daß keine Einer und Zehner da sind, und also auch keine ausgesprochen werden können (§. 18. A. Nro. 3.).

Ihr werdet jetzt leicht diese drei Zahlen 469, dann 604 und 900 lesen können; die erste heißt nämlich „vier Hundert sechs Zehner neun Einer", die zweite „sechs Hundert kein Zehner vier Einer", und die dritte „neun Hundert kein Zehner und kein Einer", oder kürzer, wie man gewöhnlich lies't „vier Hundert neun und sechszig", dann „sechs Hundert und vier", endlich „neun Hundert."

Sollet ihr dreitheilige Zahlen schreiben, so schreibet links zuerst die ausgesprochenen Hunderte, dann die Zehner, und endlich rechts die Einer; sind keine Zehner und Einer da, so füllt die leeren Stellen mit Nullen aus (§. 19. Nro. 3.).

Nach dieser Vorschrift könnet ihr jetzt gewiß ohne Anstand die drei Zahlen schreiben sieben Hundert acht

und neunzig so: 798, dann acht Hundert und vierzig so: 840, ferner sieben Hundert und drei so: 703, und fünf Hundert so: 500.

§. 120.
Vom Lesen und Schreiben vier= fünf= und sechszifferichter Zahlen.

Wenn man zehnmal Hundert zählt, so hat man Tausend, zählt man zehnmal Tausend, so hat man Zehntausend, und zählt man zehnmal Zehntausend, so bekommt man Hunderttausend.

Die Tausende schreibt man, da von der rechten zur linken Seite an dem ersten, zweiten und dritten Platze die Einer, Zehner und Hunderte zu stehen kommen, an die vierte Stelle, die Zehntausende an die fünfte, und die Hunderttausende an die sechste Stelle.

Um euch die Sache zu erleichtern, machet von der Rechten zur Linken nach den ersten drei Ziffern unten zwischen das dritte und vierte Ziffer einen Punkt, zum Zeichen, daß jetzt gegen die linke Seite hin die Tausende kommen.

Treffet ihr in der Zahl, die ihr aussprechen sollet, Nullen an, so lasset sie beim Aussprechen ganz weg, da sie nur die leeren Stellen ausfüllen, und bewirken, daß die übrigen Ziffern an ihre gehörigen Stellen kommen.

Ihr werdet jetzt gewiß z. B. die Zahl 6.548 lesen können, sie heißt „sechs Tausend fünf Hundert und acht und vierzig", da in ihr 6 Tausende 5 Hunderte 4 Zehner und 8 Einer vorkommen.

Auf gleiche Weise werdet ihr z. B. die Zahl 869.345 so lesen: acht Hundert neun und sechszig Tausend drei Hundert fünf und vierzig; eigentlich sollte man sagen: „8 Hunderttausende 6 Zehntausende 9 Tausende 3 Hunderte 4 Zehner und 5 Einer", ihr sprechet aber die Zahlen viel kürzer auf die gewöhnliche Weise aus, indem ihr saget: „acht Hundert neun und sechszig Tausend drei Hundert fünf und vierzig."

Ich will euch, damit ihr die Sache ganz begreifet,

besonders wenn Nullen vorkommen, einige Zahlen hersetzen, die auf folgende Weise gelesen werden:

10.000, zehn Tausend,
40.000, vierzig Tausend,
500.000, fünf Hunderttausend,
890.000, acht Hundert neunzig Tausend,
509.405, fünf Hundert neun Tausend vier Hundert und fünf,
800.900, acht Hunderttausend und neun Hundert.

Beim Anschreiben gegebener Zahlen müßt ihr zuerst die Hunderttausende, dann der Ordnung nach die Zehntausende, Tausende, Hunderte, Zehner und Einer von der Linken zur Rechten mit Ziffern bezeichnen, und die leeren Plätze mit Nullen ausfüllen.

Ihr werdet daher z. B. die Zahl sechshundert vier und achtzig Tausend neun Hundert und achtzehn so schreiben: „684.918“, und die Zahl vier Hunderttausend auf diese Weise: „400.000.“

Ihr werdet dabei nicht so viel Schwierigkeit finden, wenn ihr die Tausende mit einem Punkte bezeichnet, und bedenket, daß von der linken zur rechten Seite auf die Hunderttausende noch fünf, auf Zehntausende noch vier, und auf die Tausende noch drei Stellen folgen müssen.

Zur Erläuterung füge ich euch hier noch Beispiele bei, die so geschrieben werden:

Drei Hunterttausend so: 300.000,
achtzig Tausend so: 80.000,
sechs Tausend so: 6.000,
neun Hundert und vierzig Tausend so: 940.000,
sieben Hundert acht Tausend vier und fünfzig so: 708.054,
und endlich acht Hunderttausend und neun so: 800.009.

Für jetzt ist es genug, wenn ihr Zahlen lesen und schreiben könnet, die nicht mehr als sechs Ziffern haben; übet euch nur recht fleißig im Lesen und Schreiben solcher Zahlen, und gebet immer genau auf die Plätze oder Stellen acht, damit ihr bald mit dem Werthe der Zahlzeichen bekannt werdet, den sie an gewissen Stellen erhalten.

Wenn ihr im Rechnen weiter vorgerückt seid, so mache ich euch mit der im §. 16. vorkommenden Tabelle, und den in den §§. 17. bis 20. angeführten Regeln bekannt, damit ihr dann jede wie immer große Zahl aussprechen und anschreiben lernet.

Anmerkung: 1) Sobald die Schüler im Anschreiben und Lesen der Zahlen die gehörige Fertigkeit erworben haben, so mache sie der Lehrer zur Vorbereitung für den folgenden Unterricht mit den vorzüglichsten Tabellen, welche im I. Abschnitte des II. Hauptstückes dieses Theiles vorkommen, bekannt, damit die Schüler in Betreff der baierischen Maaße und Gewichte, und in Absicht auf die gewöhnlichsten Münzen des Inn- und Auslandes die erforderlichen Kenntnisse erlangen.

2) Zugleich erkläre man den Schülern das Gleichheitszeichen und die Zeichen der vier Rechnungsarten nach §. 9., und bringe ihnen von jeder Rechnungsart die dabei vorkommenden Benennungen, als Summe, Summand, Minuend, Subtrahend, Rest ꝛc. bei; man findet diese in den §§. 24, 33, 45 und 61. vorgetragen.

II. Abschnitt.

Vom Zusammenzählen oder Addiren.

---

§. 121.

Bestimmung, ob gewisse Dinge zusammengezählt werden können oder nicht.

Wollet ihr etwas zusammenzählen, so müsset ihr vor allem darauf sehen, ob die Dinge, die ihr zusammenzählen wollet, von gleicher Art sind oder nicht; denn verschiedene Dinge kann man nie in eine Summe bringen, ausser man betrachtet sie als gleichartige Sachen.

Dinge von gleicher Art, die zusammengezählt werden können, sind z. B. folgende:

Häller und Häller,
Pfenning und Pfenninge,
Kreutzer und Kreutzer,

Gulden und Gulden,
Metzen und Metzen,
Schäffel und Schäffel,
Loth und Loth,
Pfund und Pfund,
Stunden und Stunden,
Tage und Tage,
Eimer und Eimer,
Aepfel und Aepfel,
Einer und Einer,
Zehner und Zehner,
Hundert und Hundert,
Tausend und Tausend, und so fortgesetzt.

Dinge von ungleicher Art, die nicht zusammengezählt werden können, sind z. B. nachstehende:

Häller und Pfenninge,
Kreutzer und Gulden,
Schäffel und Metzen,
Loth und Schuh,
Ellen und Aepfel,
Steine und Thiere,
Einer und Zehner,
Hundert und Tausend,
Einer und Tausend, und so fortgesetzt.

Daß man Kreutzer nicht zu Gulden addiren kann, werdet ihr aus dem einzigen Beispiele sehen, wenn ich sage: „3 Gulden und 2 Kreutzer geben zusammen 5 Gulden oder 5 Kreutzer", da offenbar der Betrag oder die Summe in beiden Fällen unrichtig ist. Wohl aber kann ich mit Wahrheit sagen: 3 fl. und 2 fl. geben zusammen 5 fl. wie auch 3 kr. und 2 kr. geben zusammen 5 kr.

Daraus werdet ihr jetzt selbst den Schluß ziehen können, daß man ungleichartige Dinge nicht als Theile zu einem Ganzen verbinden, wohl aber, daß man gleichartige Dinge, das ist, Sachen von gleicher Art, in eine Summe bringen kann.

Doch muß ich euch bemerken, daß man auch ungleichartige Dinge, wenn man sie als gleichartig betrachtet und unter eine allgemeine Benennung bringt, auch zusammenzählen kann; ich will euch die Sache in

einem Beispiele erläutern: wenn ich 3 Groschen und 2 Sechser habe, so kann ich wohl sagen, daß ich zusammen 5 Geldstücke habe, und eben dieses gilt von andern verschiedenen Sachen, wenn man sie allgemein als Dinge von gleicher Art betrachten kann.

Anmerkung: Der Lehrer bringe hier, wenn es noch nicht geschehen ist, den Schülern die im §. 24. von a. bis d. in Absicht auf die Addition vorkommenden Begriffe bei, und mache sie auch mit dem bei e. angegebenen Zeichen dieser Rechnungsart bekannt.

§. 122.

Zusammenzählung der einfachen oder einzifferichten Zahlen.

Im §. 27. findet ihr die Tabelle, die euch lehrt, alle Zahlen, die nur mit einem Ziffer geschrieben werden, und also einfach oder einziffericht sind, zusammen zu zählen.

Mit dieser Tabelle, die die Additions-Tabelle oder das Eins und Eins genannt wird, müsset ihr ganz bekannt werden, und sie daher nicht nur auswendig wissen, sondern auch verstehen.

Wenn ihr an die Tafel einen Strich, und sonst keinen mehr, hinmachet, so habet ihr immer nur einen Strich, daher sagt man: 1 und 0 oder 0 und 1 gibt wieder 1; machet ihr zwei Striche an die Tafel hin, und sonst keinen Strich mehr, so habt ihr immer nur zwei Striche, daher sagt man: 2 und 0 oder 0 und 2 gibt wieder 2; woraus ihr begreifen werdet, daß die Null, wenn man sie zu andern Zahlen hinzählet, nichts ändert, und es gerade so ist, als wenn man sie nicht hingezählt hätte.

Nun mache ich einen Strich an die Tafel hin, und wieder einen; nicht wahr, ich habe jetzt zwei Striche; daher sagt und schreibt man:

1 und 1 gibt 2, oder $1 + 1 = 2$.

Mache ich 1 Strich an die Tafel hin, und dazu noch 2 Striche, so hab' ich 3 Striche, deßwegen sagt man:

1 und 2 gibt 3, oder $1 + 2 = 3$.

So müsset ihr es, meine Schüler, bei der ganzen

Tabelle nach und nach machen, und nicht eher zufrieden sein, als bis ihr sie ganz inne habet.

Ich will euch ein Beispiel versinnlichen, damit ihr noch deutlicher sehet, wie ihr es bei den übrigen Fällen dieser Tabelle machen müsset.

Ich setze den Fall, ihr sollet 3 zu 4 addiren; machet also an die Tafel (oder wenn es zu Hause geschieht, auf das Papier) 4 Striche, und dazu 3 Striche hin, ihr werdet sehen, daß ihr zur Summe 7 Striche erhaltet; nämlich

| | | | und | | | geben | | | | | | |, das heißt,
4 und 3 gibt 7, oder $4 + 3 = 7$.

Sollet ihr umgekehrt 4 zu 3 addiren, so verfährt auf diese Weise:

| | | und | | | | geben | | | | | | |, das heißt,
3 und 4 gibt 7, oder $3 + 4 = 7$.

Ihr bekommet immer 7 Striche zur Summe, ihr möget 3 zu 4, oder 4 zu 3 Strichen hinschreiben; woraus ich euch die Bemerkung machen kann, daß es bei der Zusammenzählung oder Addition gleich viel ist, in welcher Ordnung die Zahlen zusammen gezählt werden, d. h., es kommt immer das Nämliche heraus, man mag die erste Zahl zur zweiten oder die zweite zur ersten addiren.

Wenn es für euch bequemer ist, so könnt ihr, was ich schon früher bemerkte, Punkte anstatt der Striche zur Versinnlichung an die Tafel oder auf das Papier machen.

Anmerkung: Sobald der Schüler die verlangte Summe gefunden und richtig ausgesprochen hat, so lasse man ihn dieselbe mit Beisetzung der Summanden durch das Additions- und Gleichheitszeichen an die Tafel, oder zu Haus auf das Papier, hinschreiben, damit die Sache seinem Gedächtnisse besser eingeprägt wird.

§. 123.

Beispiele zur Uebung im Zusammenzählen einzifferichter Zahlen.

Wenn ihr die Tabelle des §. 27., von welcher im vorigen §. die Rede war, der Ordnung nach recht

wisset, so müsset ihr auch die Zahlen ausser der Reihe, also nicht der Ordnung nach, zusammen zählen können.

Findet ihr Anstand, die verlangte Summe gleich anzugeben, so machet nur wieder eure Striche oder Punkte an die Tafel oder auf das Papier hin, oder ihr könnet auch mittels eurer Finger zur gegebenen grössern Zahl die kleinere hinzählen.

Ich will euch hierzu einige Winke durch nachstehende Beispiele geben; sie sagen euch, wie ihr in den übrigen Fällen zu verfahren habet:

Fragen.	Antworten.
was gibt	
1 und 1,	1 und 1 gibt (:), also 1 + 1 = 2,
3 und 2,	3 und 2 gibt (: : ·), also 3 + 2 = 5,
2 und 3,	2 und 3 gibt (: : .), also 2 + 3 = 5,
4 und 5,	4 und 5 gibt (: : : : .), also 4 + 5 = 9,
6 und 2,	6 und 2 gibt (: : · · · ·), also 6 + 2 = 8,
8 und 5,	8 und 5 gibt (:: ::: · · ·), also 8 + 5 = 13,
7 und 9,	7 und 9 gibt (:::::::..), also 7 + 9 = 16,
9 und 2,	9 und 2 gibt (::·······), also 9 + 2 = 11,
5 und 6,	5 und 6 gibt (: : : : : .), also 5 + 6 = 11,
0 und 4?	0 und 4 gibt (. . . .), also 0 + 4 = 4,

und so fortgesetzt.

Ihr müsset euch, meine Schüler! auch darin üben, daß ihr die nämliche Zahl durch Zusammenzählung verschiedener Zahlen zu finden wisset; denn es geben oft ganz verschiedene Zahlen immer die nämliche Summe. Sehet nur folgende Zahlen geben immer zur Summe die Zahl 12, als:

9 und 3 gibt 12, oder 9 + 3 = 12,
8 und 4 gibt 12, oder 8 + 4 = 12,
7 und 5 gibt 12, oder 7 + 5 = 12,
6 und 6 oder 2mal 6 gibt 12, oder 6 + 6 = 12,
5 und 7 gibt 12, oder 5 + 7 = 12,
4 und 8 gibt 12, oder 4 + 8 = 12.

Es gibt noch mehrere verschiedene Zahlen, welche die Summe 12 hervorbringen; es ist aber genug, wenn ihr nur einige wisset.

Ich will einige Versuche anstellen und sehen, ob ihr mich ganz verstanden habet.

Rupert! sage mir, welche zwei Zahlen geben die Summe 3?

Antwort: 2 und 1 gibt 3, wie auch 1 und 2, da $2 + 1 = 3$, und $1 + 2 = 3$.

Welche Zahlen geben die Summe 5?

Antwort: 1 und 4 gibt 5, oder $1 + 4 = 5$;
2 und 3 gibt 5, oder $2 + 3 = 5$;
3 und 2 gibt 5, oder $3 + 2 = 5$;
4 und 1 gibt 5, oder $4 + 1 = 5$.

Welche zwei Zahlen, oder welche Paare von Zahlen geben die Summe 6?

Antwort: 1 und 5 gibt 6, oder $1 + 5 = 6$;
2 und 4 gibt 6, oder $2 + 4 = 6$;
3 und 3 oder 2mal 3 gibt 6, oder $3 + 3 = 6$;
4 und 2 gibt 6, oder $4 + 2 = 6$;
5 und 1 gibt 6, oder $5 + 1 = 6$.

Auf eine ähnliche Weise könnten wir untersuchen, welche Paare von Zahlen die Summen 7, 8, 9, 10 ꝛc. geben, und diese Untersuchung bei einzifferichten Zahlen bis auf die Summe 18 fortsetzen, weil 9 und 9 oder 2mal 9 die Summe 18 gibt, und somit zu größern Summen Paare von zweizifferichten Zahlen erfordert würden, deren Zusammenzählung noch nicht gezeigt wurde.

§. 124.

Fortgesetzte Beispiele zur Anwendung.

Bisher habe ich euch, meine Schüler! mit der Zusammenzählung blosser Zahlen bekannt gemacht; nun will ich euch die Anwendung zeigen, damit ihr gleich jetzt den Nutzen einsehet, und eine noch größere Freude zum Rechnen bekommet.

1) Fritz bekam gestern von seiner Mutter einen Apfel, und heute noch einen dazu; wie viel hat er jetzt Aepfel? Antwort 2. Warum 2 Aepfel? Weil 1 und 1 zur Summe 2 gibt.

2) Karl gab mit Bewilligung seiner Aeltern einem armen Manne 1 kr., und einem armen Weibe 2 kr.; wie viel Kreutzer hat er diesen beiden Personen gegeben? Antwort 3 kr., weil $1 + 2 = 3$.

3) Wie viel Nüsse hat Johann, wenn er 4 und und dazu noch 5 erhält? Antwort: 9 Nüsse, weil $4 + 5 = 9$.

4) Wie viel sind es Kreutzer, wenn ich zu 6 kr. noch 4 kr. hinlege? Antwort: 10 kr., weil $6 + 4 = 10$.

5) Jakob bekam zu seinem Namenstage mehrere Groschen; für 2 Groschen kaufte er sich Papier und Federn, und die übrigen 8 Groschen legte er in seine Sparbüchse; saget mir, wie viel Groschen hatte Jakob bekommen? Antwort: 10, weil $2 + 8 = 10$.

6) Ein Vater zahlte dem Handelsmann 6 fl., dem Schuhmacher 3 fl. und dem Schneider 4 fl.; wie groß ist seine ganze Auslage? Antwort: 13 fl., weil $6 + 3 = 9$, und $9 + 4 = 13$.

Anmerkung: 1) Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Zahlen der Additions-Tabelle in passende Beispiele eingekleidet, und die Schüler fleißig im Zusammenzählen derselben geübt; indem man ihnen mitunter auch immerhin Fragen aus der Tabelle ausser der Reihe und ohne Einkleidung in Beispiele setzt. Vorstehende Beispiele bestimmen genau, wie der Lehrer bei diesen Uebungen die Sache mit seinen Schülern anzugeben hat.

2) Die Beispiele, welche in der kurzen Anleitung zur Rechenkunst für die Schulen in Baiern vorkommen, liefern zu zweckmäßigen Uebungen mannigfaltigen Stoff, und können, um die Schüler in den vier Rechnungsarten zu üben, größtentheils von dem Lehrer benützt werden.

3) Es bedarf keiner besondern Anweisung, wie die Sache anzugeben ist, wenn mehr als zwei Summanden vorkommen; man zählt nämlich zuerst zwei zusammen, zu dieser Summe zählt man den nächsten Summanden, dann zu dieser Summe wieder den nächsten Summanden, und setzt dieses Verfahren so lange fort, bis man die ganze Summe gefunden hat. Daher ist z. B. $3 + 4 + 2 + 6 = 15$, weil $3 + 4 = 7$, ferner $7 + 2 = 9$, und endlich $9 + 6 = 15$.

§. 125.

Zusammenzählung der zweitheiligen oder zweizifferichten Zahlen.

Die Zusammenzählung zweizifferichter Zahlen ist etwas schwerer, als die mit einzifferichten; indessen wird

es

es aber euch, meine Schüler! auch nicht sehr schwierig vorkommen, wenn ihr die eintheiligen Zahlen zusammen zählen könnet, und wieder recht aufmerksam seid. Ich will euch zur Deutlichkeit die verschiedenen Fälle darstellen, und zuerst immer beim Leichtern anfangen.

1) Zusammenzählung solcher Zahlen, von denen eine ein Ziffer, und die andere zwei Ziffern hat.

Sollet ihr eine zweizifferichte Zahl zu einer einzifferichten zählen, so kehret die Aufgabe um, und zählet allemal die einzifferichte Zahl zur zweizifferichten; denn ich habe euch schon gesagt, daß es gleich viel ist, ob ihr die erste Zahl zur zweiten, oder die zweite zur ersten addirt oder hinzählet.

Weil die eine Zahl, die ein Ziffer hat, nur Einer bedeutet, so zählet diese zu den Einern der andern Zahl, geht die Summe auf zehn, oder darüber, so zählet den neuen Zehner zu Zehnern der andern Zahl (§. 27. b.); Beispiele sollen euch die Sache ganz verständlich machen.

Zählet die Zahl 54 zur Zahl 3; daher kehret die Aufgabe um, und zählet 3 zu 54; die Zahl 3 bedeutet 3 Einer, und in der Zahl 54 kommen 4 Einer und 5 Zehner vor; es gibt aber 4 und 3 zur Summe 7, daher gibt 54 und 3 zur Summe 5 Zehner und 7 Einer, also die Zahl 57.

Hat die zweizifferichte Zahl gar keine Einer, so ist die Sache noch leichter, ihr setzet nämlich gleich an die Stelle der Null die Einer der anderen Zahl; daher ist z. B. 6 und 40, oder 40 und 6 gleich 46, eben so gibt z. B. die Zahl 10 und 5 zur Summe 15.

Sollet ihr z. B. die Zahl 86 zu 7 zählen, also 7 zu 86, so habet ihr in beiden Zahlen 7 Einer und 6 Einer, mithin, da 6 und 7 die Zahl 13 gibt, zusammen 13 Einer; 10 Einer geben aber 1 Zehner, also habet ihr 1 Zehner und 3 Einer; 1 Zehner und 8 Zehner geben 9 Zehner, deßwegen bekommt man jetzt zur Summe 9 Zehner und 3 Einer, folglich 93; d. h., 86 und 7 gibt 93 zur Summe.

2) Zusammenzählung zweier zweizifferichter Zahlen.

a) Haben beide Zahlen nur Zehner und keine Einer, so zählet nur die Zehner zusammen, erhaltet ihr mehr als 9 Zehner, so saget ihr 1 Hundert anstatt 10 Zehner; daher z. B. gibt 10 und 20 zur Summe 30, weil 1 und 2 zur Summe 3 gibt, und also 1 Zehner und 2 Zehner zur Summe 3 Zehner geben; eben so findet ihr, daß 60 und 80 zur Summe 140 gibt, weil 6 Zehner und 8 Zehner zur Summe 14 Zehner, also 1 Hundert und 4 Zehner geben.

b) Enthält der eine Summand nur Zehner, und der andere Zehner und Einer, so zählet nur die Zehner zusammen, und die Einer bleiben unverändert. Daher z. B. gibt 20 und 45 zur Summe 65, weil 2 Zehner und 4 Zehner zur Summe 6 Zehner geben, und die 5 Einer unverändert bleiben; eben so gibt z. B. 65 und 70 zur Summe 135, weil 6 Zehner und 7 Zehner 13 Zehner, also 1 Hundert und 3 Zehner, mithin 130 zur Summe geben, und also das Ganze 135 gibt.

c) Sollet ihr endlich zwei Zahlen addiren, von denen jede Zehner und Einer enthält, so zählet zuerst die Zehner, und dann die Einer in eine Summe; geht die Summe der Einer auf 10 oder darüber, so zählet den erhaltenen Zehner zu den vorigen Zehnern. Daher gibt z. B. 46 und 32 zur Summe 78, weil 4 Zehner und 3 Zehner zur Summe 7 Zehner, und 6 Einer und 2 Einer zur Summe 8 Einer geben, und man also zusammen 7 Zehner und 8 Einer, das ist, siebenmal zehn und acht, oder 78 erhält.

Auf gleiche Weise gibt 98 und 84 zur Summe 182, weil 9 Zehner und 8 Zehner zur Summe 17 Zehner, dann 8 Einer und 4 Einer 12 Einer, oder 1 Zehner und 2 Einer geben, und man mithin 17 Zehner und 1 Zehner sammt 2 Einern, also zusammen 18 Zehner und 2 Einer, oder 182 erhält.

Ihr könnet auch, meine Schüler! wie es beim Rechnen an der Tafel geschieht (§. 27. d.), bei sol-

chen Zahlen, wann es euch bequemer ist, zuerst die Einer und dann die Zehner in eine Summe bringen, um den ganzen Betrag zu finden.

§. 126.

Beispiele zur Uebung im Zusammenzählen zweizifferichter Zahlen.

A) Zu Nro. 1. des §. 125.

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl
1
zu jeder nachstehenden Zahl hinzählet, als zu
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99?

Auf eine ähnliche Weise zählet zur Uebung zu allen vorstehenden Zahlen von 1 bis 99 die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9, um euch recht im Zusammenzählen zu üben.

B) Zu Nro. 2. des §. 125.

Zu a.

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl
10
zu jeder nachstehenden Zahl hinzählet, als zu
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90?

Auf eine ähnliche Weise zählet zu den vorstehenden Zahlen von 10 bis 90 die Zahlen 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90.

Zu b.

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl
10
zu jeder nachstehenden hinzählet, als zu

11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	19,
21,	22,	23,	24,	25,	26,	27,	28,	29,
31,	32,	33,	34,	35,	36,	37,	38,	39,
41,	42,	43,	44,	45,	46,	47,	48,	49,
51,	52,	53,	54,	55,	56,	57,	58,	59,
61,	62,	63,	64,	65,	66,	67,	68,	69,
71,	72,	73,	74,	75,	76,	77,	78,	79,
81,	82,	83,	84,	85,	86,	87,	88,	89,
91,	92,	93,	94,	95,	96,	97,	98,	99?

Auf eine ähnliche Weise zählet zu den vorstehenden Zahlen von 11 bis 99 die Zahlen 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90.

Zu c.

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl
11
zu jeder nachstehenden hinzählet, als zu

11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	19,
21,	22,	23,	24,	25,	26,	27,	28,	29,
31,	32,	33,	34,	35,	36,	37,	38,	39,
41,	42,	43,	44,	45,	46,	47,	48,	49,
51,	52,	53,	54,	55,	56,	57,	58,	59,
61,	62,	63,	64,	65,	66,	67,	68,	69,
71,	72,	73,	74,	75,	76,	77,	78,	79,
81,	82,	83,	84,	85,	86,	87,	88,	89,
91,	92,	93,	94,	95,	96,	97,	98,	99?

Auf eine ähnliche Weise zählet zu den vorstehenden Zahlen von 11 bis 99 die Zahlen 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 und 19, dann die Zahlen 21, 22, 23 ꝛc. hin.

Könnet ihr die Zahlen in einer gewissen Ordnung, wie sie in den vorstehenden Beispielen vorkommen, zusammen zählen, so müsset ihr euch auch darin üben, daß ihr sie außer der Ordnung zusammen zählen lernet. Ich will euch zur Erleichterung noch drei Beispiele hersetzen.

1)

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl
9
zu jeder nachstehenden hinzählet, als zu

4,	30,	11,	90,	79,	8,	48,	59,	5,
3,	66,	19,	41,	14,	52,	25,	33,	8,
1,	17,	71,	18,	81,	90,	29,	16,	6?

2)

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl 20 zu jeder nachstehenden hinzählet, als zu

40,	6,	18,	34,	59,	8,	98,	38,	50,
4,	19,	54,	78,	14,	3,	1,	44,	85,
7,	68,	86,	24,	42,	5,	15,	80,	39?

3)

Welche Summen entstehen, wenn ihr die Zahl 54 zu jeder nachstehenden hinzählet, als zu

48,	69,	74,	8,	29,	14,	58,	13,	4,
2,	17,	38,	48,	54,	18,	33,	44,	5,
99,	89,	79,	60,	40,	94,	49,	6,	67?

Anmerkung: 1) Auf eine ähnliche Weise kann man den Schülern das Zusammenzählen gegebener Zahlen, die mehr als zwei Ziffern haben, zeigen, im Falle dieselben nicht sehr groß sind, und bei denselben nicht viele verschiedene Einheiten vorkommen.

Aus dem Gesagten wird man z. B. gleich finden, daß 200 und 300 zur Summe 500 geben, weil in der ersten Zahl 2 Hundert, und in der zweiten 3 Hundert, also zusammen 5 Hundert vorkommen. Eben so ist z. B. $4000 + 9000 = 13000$, d. h., 4 Tausend und 9 Tausend geben zusammen 13 Tausend.

2) Sind viele Zahlen zu addiren, oder kommen bei denselben viele Ziffern zur Bezeichnung mehrerer verschiedener Einheiten vor, so muß man dieselben schon, um das Resultat sicher zu finden, an die Tafel oder auf das Papier schreiben, und dieselben nach den im §. 28. aufgestellten Regeln in eine Summe bringen.

§. 127.

Einige Aufgaben zur Uebung.

1) Peter sagt, 8 und 9 sei 15, ist das richtig oder nicht?

2) Welche Summe ist größer 5 und 7, oder 7 und 5?

3) Wie viel Gulden machen 4 und 9 Gulden?

4) Konrad gab 18 kr. und 14 kr. aus; wie groß ist seine ganze Ausgabe?

5) Bernhard verkaufte auf dem Markte 30 Eier und 90 Eier; wie viel gab er hin?

6) Kajus zahlte 300 fl. und 600 fl.; wie groß ist die ganze Schuld, die er auf diese Weise tilgte?

7) Eine Köchin kaufte 1 Pfund Schmalz um 30 kr., dann 1 Pfund Fisch um 20 kr., und um 4 kr. Eier; wie viel gab sie aus?

8) Ein Bauer verkaufte ein Schäffel Kern um 54 fl., dann ein Schäffel Gerste um 36 fl., und ein Schäffel Haber um 10 fl.; wie viel Geld nahm er dafür ein?

Anmerkung: Haben einmal die Schüler in der Auflösung der leichteren Aufgaben die gehörige Fertigkeit, so geht man mit ihnen zu den schwerern und zusammengesetztern Aufgaben über; indeß aber immer mit genauer Rücksicht auf ihre Vorkenntnisse, und die mit ihnen schon angestellten Uebungen.

III. Abschnitt.

Vom Abziehen oder Subtrahiren.

§. 128.

Bestimmung, ob man gewisse Dinge von einander abziehen könne oder nicht.

Wollet ihr eine Zahl von einer andern abziehen (§. 33.), so müsset ihr, wie bei der Zusammenzählung (§. 121.), auf die Beschaffenheit der gegebenen Dinge sehen, da man nur gleichartige Dinge von einander subtrahiren kann, was bei verschiedenen der Fall nicht ist.

Alle gleichartigen Dinge, die man zusammen zäh-

len kann, und von denen ihr im §. 121. mehrere namentlich aufgeführt findet, können auch von einander abgezogen werden.

Aus diesem Grunde kann ich z. B. 5 Gulden von 8 Gulden wegziehen — wegnehmen, und es bleiben noch als Rest 3 Gulden übrig, da 3 fl. und 5 fl. zusammen 8 fl. geben.

Dagegen kann ich aber z. B. die Zahl 5 fl. von 12 Schuh nicht wegnehmen, weil diese Dinge ungleichartig und ganz verschieden sind.

Doch ist hier zu bemerken, daß man auch ungleichartige Dinge von einander abziehen kann, wenn sie sich auf gleichartige bringen, oder als solche behandeln lassen. Daher kann ich z. B. wohl 1 Häller von 1 kr. abziehen, wenn ich sage, 1 Häller von 8 Häll. gibt 7 Häller, indem der Kreutzer 8 Häller hat; eben so kann ich z. B. 4 Geldstücke von 9 Geldstücken wegnehmen, und es bleiben noch 5 Stücke übrig, wenn es auch verschiedene Münzen sind.

§. 129.
Abziehung einzifferichter Zahlen von einzifferichten oder auch von der Zahl 10.

Im §. 35. findet ihr die Subtraktions-Tabelle, die auch das Eins von Eins genannt wird; mit dieser Tabelle müsset ihr bekannt sein, und sie in und außer der Ordnung wissen, damit ihr sie überall, wo es nöthig ist, gehörig anwenden könnet.

Rupert, mache einmal fünf Striche an die Tafel hin, und streiche zwei wieder aus, es bleiben noch drei Striche; deßwegen sagt man 2 von 5 bleibt 3. So wollen wir es nach und nach bei der ganzen Tabelle machen, und ihr werdet sie bald begreifen.

Da ihr schon fertig Zahlen in eine Summe zu bringen gelernet haben, so wird euch das Abziehen kleinerer Zahlen von einander nicht gar so viele Mühe kosten. Denn wer einmal weiß, daß z. B. 5 und 4 zur Summe 9 gibt, der wird auch wissen, daß 4 als Rest bleibt, wenn man 5 von 9 wegnimmt, oder daß

5 übrig bleibt, wenn man 4 von 9 abzieht. Folgende Beispiele sollen euch die Sache deutlicher machen.

1) Wenn ich dem Max 8 Aepfel gebe, und ihm wieder 3 nehme, wie viel bleiben ihm noch übrig? Ihr antwortet, es bleiben noch 5 übrig; ist das wohl richtig? Ihr antwortet, ja; weil 5 und 3 zusammen 8 gibt, wenn ich nun 3 Aepfel von 8 wegnehme, so müssen noch 5 Aepfel übrig sein.

2) Rupert hat 10 Gulden, und Johann hat 6 Gulden; welcher von beiden hat mehr, und wie groß ist der Unterschied? Ihr antwortet, Rupert hat mehr, und zwar um 4 fl., weil 6 von 10 abgezogen zum Reste 4 gibt, und überdieß 4 und 6 zur Summe 10 gibt.

Was macht nun den Unterschied, daß Rupert nicht so viel besitzt wie Johann?

Die Zahl 4 fl. unterscheidet sie; denn hätte Johann um 4 fl. mehr, so hätte er so viel wie Rupert.

Wie heißt man jetzt die Zahl 4 fl.?

Man nennt sie den **Rest** oder **Unterschied**.

3) Ist der Unterschied zwischen 4 und 8 größer als zwischen 5 und 9? Ihr antwortet, er ist in beiden Fällen gleich groß, weil 4 von 8 zum Reste 4, und 5 von 9 auch zum Reste 4 gibt.

Anmerkung: Auf diese Weise setze der Lehrer mit den Schülern die Uebungen fort, und sehe vorzüglich darauf, daß sie sich die im §. 33. vorkommenden Begriffe eigen machen, und zugleich das in diesem §. bei g. angeführte Zeichen der Subtraktion wissen.

§. 130.

Beispiele zur Uebung im Subtrahiren solcher Zahlen.

1) Karl hat 8 Aepfel und aß 6 davon; wie viel bleiben ihm noch übrig?

2) Peter hatte 10 fl. Schulden und zahlte 5 fl. davon ab; wie viel blieb er noch schuldig?

3) Ein Wirth hatte an einem Tage von 9 Eimern 3 Eimer Bier ausgeschenkt; wie viel blieben ihm noch übrig?

4) Eine Dienstmagd hatte von ihrem vierteljährigen Lohne von 6 fl. schon 5 fl. eingenommen; wie viel blieb ihr noch übrig?

5) Ludwig ist 9 Jahre alt und seine Schwester 2 Jahre; um wie viel ist Ludwig älter?

6) Peter muß einen Weg von 10 Stunden zurücklegen; wie viele Stunden hat er noch zu gehen, wenn er schon 6 Stunden zurückgelegt hat?

7) Um wie viel sind 7 baier. Kronenthaler mehr als 4 solche Thaler, und was ist für ein Unterschied zwischen 5 und 4 Zwölfern?

8) Wie verschiedene Paare von Zahlen bei der Addition die nämlichen Summen geben (§. 123.), eben so können auch ganz verschiedene Zahlen bei der Abziehung die nämlichen Reste geben.

a) Was ist der Unterschied zwischen 3 und 4, 4 und 5, 5 und 6, 6 und 7?

b) Was bleibt für ein Rest, wenn ihr 2 von 5, 3 von 6 und 1 von 4 subtrahirt?

c) Gebet den Unterschied an zwischen 1 und 5, dann zwischen 2 und 6, und zwischen 3 und 7.

§. 131.

Abziehung einzifferichter Zahlen von Zahlen die größer als 10 sind.

Bei der Abziehung dieser Zahlen müsset ihr, meine Schüler, darauf sehen, ob die abzuziehende Zahl kleiner ist, als das an der Stelle der Einer im Minuend vorkommende Ziffer, oder ob sie eben so groß oder größer ist.

1) Ist sie kleiner oder eben so groß als dieses Ziffer, so subtrahiret sie davon nach den Regeln, die ich euch eben im vorigen §. vortrug; alle übrigen Ziffern des Minuends bleiben dann unverändert.

Daher erhaltet ihr z. B. 14 zum Reste, wenn ihr 2 von 16 abziehet; da 2 von 6 zum Reste 4 gibt, und deßhalb 2 Einer von 6 Einern abgezogen 4 Einer geben, während der Zehner in der Zahl 16 unverändert bleibt.

Eben so erhaltet ihr z. B. 340 zum Reste, wenn

ihr 6 von 346 abziehet; weil 6 von 6 zum Reste 0 gibt, und die 3 Hundert und 4 Zehner unverändert bleiben.

2) Ist die Zahl, die ihr abziehen sollet größer als das im Minuend an der Stelle der Einer stehende Ziffer, so entlehnet von den Zehnern des Minuends einen Zehner, oder 1, welches 10 Einer bedeutet; diese zählet zu den Einern des Minuends, und dann subtrahiret auf die vorige Weise.

Deßwegen erhaltet ihr z. B. 42 zum Reste, wenn ihr 8 von 50 abziehet, da 2 Einer von 10 Einern abgezogen 8 Einer geben, und die 5 Zehner um 1 Zehner vermindert wurden.

Sind keine Zehner da, so entlehnt man 1 Hundert von den Hunderten, und macht es zu Zehnern, um deßwillen erhält man z. B. 596 zum Reste, wenn man 4 von 600 abzieht; auf die nämliche Weise erhält man z. B. 3992 zum Reste, wenn man 8 von 4000 subtrahirt.

Wenn ihr nachstehende Tabelle werdet gut gelernet haben, so wird euch bei solchen Aufgaben die Auflölung leicht ankommen, da dieselbe die möglichen Fälle darstellet, welche beim Entlehnen von den Ziffern vorkommen können.

Tabelle

zum Abziehen einzifferichter Zahlen von zweizifferichten.

9	von	10	bleibt	1	9	von	11	bleibt	2
8	von	10	bleibt	2	8	von	11	bleibt	3
7	von	10	bleibt	3	7	von	11	bleibt	4
6	von	10	bleibt	4	6	von	11	bleibt	5
5	von	10	bleibt	5	5	von	11	bleibt	6
4	von	10	bleibt	6	4	von	11	bleibt	7
3	von	10	bleibt	7	3	von	11	bleibt	8
2	von	10	bleibt	8	2	von	11	bleibt	9
1	von	10	bleibt	9					

9 von 12 bleibt 3
8 von 12 bleibt 4
7 von 12 bleibt 5
6 von 12 bleibt 6
5 von 12 bleibt 7
4 von 12 bleibt 8
3 von 12 bleibt 9

9 von 13 bleibt 4
8 von 13 bleibt 5
7 von 13 bleibt 6
6 von 13 bleibt 7
5 von 13 bleibt 8
4 von 13 bleibt 9

9 von 14 bleibt 5
8 von 14 bleibt 6
7 von 14 bleibt 7
6 von 14 bleibt 8
5 von 14 bleibt 9

9 von 15 bleibt 6
8 von 15 bleibt 7
7 von 15 bleibt 8
6 von 15 bleibt 9

9 von 16 bleibt 7
8 von 16 bleibt 8
7 von 16 bleibt 9

9 von 17 bleibt 8
8 von 17 bleibt 9

9 von 18 bleibt 9

Beispiele zur Uebung.

a) Zu Nro. 1.

Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

1

von

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49 ꝛc.?

dann 2

von

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 ꝛc.?

ferner 3

von

13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 ꝛc.?

Auf eine ähnliche Weise könnet ihr von solchen Zahlen die Zahlen 4, 5, 6, 7, 8 und 9 subtrahiren.

b) Zu Nro. 2.

1) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

1

von

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 rc.?

Auf eine ähnliche Weise könnet ihr von diesen Zahlen die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 subtrahiren.

2) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

2

von

11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91?

dann 3

von

11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91?

Auf die nämliche Weise könnet ihr von diesen Zahlen die Zahlen 4, 5, 6, 7, 8 und 9 subtrahiren.

§. 132.

Abziehung der Zehner von Zehnern, der Hunderte von Hunderten rc.

Zieht man 5 Einer von 8 Einern ab, so erhält man zum Reste 3 Einer (§. 129.); deßwegen geben auch 5 Zehner von 8 Zehnern abgezogen 3 Zehner, dann 5 Hundert von 8 Hundert abgezogen geben zum Reste 3 Hundert, ferner 5 Tausend von 8 Tausend abgezogen geben 3 Tausend zum Reste rc., d. h., wie 5 von 8 zum Reste 3 gibt, so gibt 50 von 80 zum Reste 30, dann 500 von 800 gibt zum Reste 300, ferner 5000 von 8000 gibt 3000 zum Reste rc.

Kommen im Minuend nebst den Zehnern auch Einer vor, so bleiben diese bei der Subtraktion der Zehner unverändert, gleichwie bei der Subtraktion der Hunderte die Zehner und Einer unverändert bleiben, was auf eine ähnliche Weise bei der Subtraktion der

Tausende, der Zehntausende ꝛc., in Betreff der etwa vorkommenden niedern Einheiten der Fall ist.

Ziehet ihr daher, meine Schüler, 20 von 65 ab, so bleibt 45 übrig, da 2 Zehner von 6 Zehnern abgezogen 4 Zehner geben, und die 5 Einer unverändert bleiben.

Eben so 200 von 625 abgezogen gibt 425, dann 2000 von 4625 gibt 2625, ferner 4000 von 5036 gibt 1036 zum Reste ꝛc.

Beispiele zur Uebung:

1) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

10

von

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90?

dann 20

von

20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90?

Auf eine ähnliche Weise könnet ihr die Zahlen 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90 abziehen.

2) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

10

von

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 ꝛc.?

dann 20

von

21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 ꝛc.?

Auf die nämliche Weise könnet ihr von solchen Zahlen die Zahlen 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90 abziehen.

3) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

100

von

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900,
110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190,
210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290 ꝛc.?

Auf eine ähnliche Weise könnet ihr 100, dann 200, ferner 300 ꝛc. von solchen Zahlen abziehen.

4) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

1000

von

1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000,
1100, 1200, 1300, 1400, 1500, 1600, 1700, 1800, 1900,
1115, 2225, 3335, 4445, 5555, 6665, 7775, 8885, 9995 ꝛc.?

Auf eine ähnliche Weise könnet ihr von solchen Zahlen die Zahlen 2000, 3000, 4000 ꝛc. abziehen.

§. 133.

Bestimmung des Restes, wenn beide Zahlen aus Zehnern und Einern bestehen.

Sollet ihr den Rest angeben, wenn beide Zahlen aus Zehnern und Einern bestehen, so subtrahiret zuerst die Einer, und dann die Zehner von einander.

Wenn im Subtrahend nicht mehr Einer vorkommen, als im Minuend, so könnet ihr auch bequem zuerst die Zehner, und dann die Einer von einander abziehen.

Kommen im Subtrahend mehr Einer vor, so müsset ihr auf die im §. 131. bei Nro. 2. gezeigte Weise einen Zehner entlehnen, und zu Einern machen, damit ihr dann zuerst die Einer von den Einern, und dann die Zehner von den Zehnern abziehen könnet.

Petrus hat in seiner Kasse 58 fl., und nimmt davon 36 fl. zur Zahlung einer Schuld; was bleibt ihm noch übrig?

Nehmet, um diese Aufgabe aufzulösen, nach §. 132. zuerst die Zehner von den Zehnern weg, ihr erhaltet 2 Zehner als Rest, weil 30 von 50 zum Reste 20 gibt; dann ziehet 6 Einer von 8 Einern ab, ihr erhaltet 2 Einer, deßhalb beträgt der ganze gesuchte Rest 20 und 2, oder 22 fl., d. h., 36 fl. von 58 fl. abgezogen geben zum Reste 22 fl.

Karl erhielt 64 Aepfel, und gab 28 davon her; wie viel blieben ihm noch?

Bei der Auflösung dieser Aufgabe sollte man 8 Ei-

ner von 4 Einern, oder 8 Aepfel von 4 Aepfeln abziehen; da dieses nicht möglich ist, so nehme man von 6 Zehnern oder 60 Aepfeln einen Zehner oder 10 weg, und trage ihn zu 4 Einern über, man erhält dadurch 14 Einer oder 14, und 8 von 14 abgezogen gibt 6 zum Reste.

Ferner subtrahire man 2 Zehner von 5 Zehnern, oder 20 von 50, weil man 1 Zehner entlehnte, man erhält zum Reste 30; um deßwillen beträgt der ganze gesuchte Rest 30 und 6, also 36; d. h., wenn man 28 Aepfel von 64 subtrahirt, so erhält man zum Reste 36 Aepfel.

Auch in diesem zweiten Falle, wenn der Subtrahend mehr Einer hat, kann man zuerst die Zehner von den Zehnern, und dann erst die Einer von der als Rest gefundenen Zahl subtrahiren; daher gibt im vorigen Beispiele, wo man 28 von 64 abziehen mußte, 20 von 64 zum Reste 44, und dann 8 von 44 zum gesuchten Reste 36.

In den beiden hier angeführten Fällen, und auch dann, wenn eine einzifferichte Zahl von einer zweizifferichten abgezogen werden soll, kann man den verlangten Rest auch auf diese Weise finden.

Ihr zählet nämlich von der letzten Einheit der abzuziehenden Zahl bis zur letzten Einheit der zu vermindernden Zahl fort.

Dabei nehmet ihr gleich 10 Einer auf einmal zusammen, und schließet so oft einen Finger an die Mittelhand, als ihr 10 vorwärts gezählt habet, damit kein Zehner in Vergessenheit kömmt.

Sollet ihr z. B. auf diese Art 28 von 64 subtrahiren, so saget 38, dann 48, endlich 58; ihr brauchet dazu dreimal 10 Einer oder 3 Zehner, was zusammen 30 gibt.

Hierauf zählet von 58 bis 64, ihr erhaltet 6 Einer, da 58 und 6 zur Summe 64 gibt; um deßwillen beträgt der ganze Rest 30 und 6 oder 36, d. h., 28 von 64 abgezogen gibt zum Reste 36.

Auf eine ähnliche Weise verfährt man bei dreizifferichten Zahlen.

Beispiele:

1) Was bleibt übrig, wenn ihr abziehet

11

von

22, 23, 44, 55, 66, 77, 88, 99?

22

von

33, 44, 55, 66, 77, 88, 99?

Auf die nämliche Weise könnet ihr die Zahlen 33, 44 ꝛc. abziehen.

2) Welcher Rest bleibt, wenn ihr abziehet

12

von

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91?

3) Von 100 ziehet 14 ab, vom Reste wieder 14, und das so lange fort, bis ihr nicht mehr 14 abziehen könnet.

4) Welcher Rest bleibt, wenn ihr abziehet

24

von

612, 622, 632, 642, 652, 662, 672, 682, 692?

§. 134.

Einige Beispiele zur Uebung im Subtrahiren zweizifferichter Zahlen.

1) Ein Bauer hat 24 Schäffel Getraid gebauet, davon brachte er 16 auf die Schranne; wie viel behielt er für sich?

2) Ein Diener gab von den ihm anvertrauten 124 fl. die Summe von 106 fl. aus; wie viel Geld hatte er noch?

3) Ein Bauer verkaufte 12 Schäffel Getraid von seinem Vorrathe von 41 Schfl.; wie viel Getraid blieb ihm noch übrig?

4) Einer sollte 84 fl. zahlen, und konnte nur 36 fl. baar erlegen; wie viel blieb er noch schuldig?

5) Peter hat von 48 Bogen bereits 28 überschrieben; wie viel hat er noch zu schreiben?

6) Eine Magd hatte von ihrem jährlichen Lohne von 24 fl. schon 15 fl. eingenommen; wie viel hatte sie noch gut?

IV. Abschnitt.

Vom Vermehren oder Multipliziren.

§. 135.

Das kleine Einmaleins betreffend.

Das Vermehren oder Vervielfältigen, welches auch das Multipliziren genannt wird (§. 45. a.), ist eigentlich nichts anders, als eine verkürzte — bequemere Art der Zusammenzählung in den Fällen, wo die Zahlen von Posten (§. 24. Anmerk.), die man in eine Summe bringen soll, alle gleich groß sind (§. 45. Zus. 1.); wie ihr aus nachstehendem Beispiele ersehet:

Ein Vater theilte unter seine vier Kinder Aepfel aus. Der Katharina gab er 3 Aepfel, der Amalia ebenfalls 3 Aepfel, dem Peter auch 3, und dem Paulus auch 3 Aepfel; wie viel theilte der Vater Aepfel aus?

Anstatt nach den Regeln der Addition zu zählen „3 und 3 gibt 6, und 3 dazu gibt 9, und noch 3 dazu gibt 12" sagt man kürzer „3 viermal genommen, oder 4 dreimal genommen, gibt 12; deßhalb ist 12 die Summe von der Zahl 3, wenn sie 4mal genommen wird, und der Vater theilte zusammen 12 Aepfel aus.

Bei dem Multipliziren zählt man nicht mühsam einen Summanden oder Posten zum andern, sondern man gibt gleich die verlangte ganze Summe auf einmal an.

Dazu müsset ihr, meine Schüler! allererst das kleine Einmaleins oder die Multiplikations-Tabelle lernen, die ihr im §. 47. antreffet.

Wie ihr es in diesem §. vorgeschrieben findet, so bildet euch durch Zusammenzählung diese Tabelle selbst, nachdem ihr durch Hilfe des §. 45. werdet gelernet haben, welche Zahlen Multiplikanden und Multiplikatoren, dann Faktoren und Produkte heissen, und durch welches Zeichen die Vermehrung ausgedrückt wird.

Könnet ihr dieses Einmaleins der Reihe nach fertig hersagen (§. 48. Anmerk. 1.), so lernet dasselbe auch außer der Ordnung.

§. 136.

Beispiele zur Uebung in Absicht auf das kleine Einmaleins.

1) In einer Schule sind 8 Bänke; wie viel sind Schüler da, wenn in jeder Bank 6 sitzen?

Ihr werdet sagen, wenn in jeder Bank 6 Schüler sitzen, so sitzen in 8 Bänken 8 mal 6 Schüler, und 8 mal 6 gibt 48 zum Produkte, weßhalb 48 Schüler in dieser Schule sind.

2) Wenn 1 Elle Tuch 9 fl. kostet, was kosten 5 Ellen des nämlichen Tuches?

3) Einer verzehrt täglich 4 fl., welche Summe gibt dieser in 8 Tagen aus?

4) Wenn 1 Elle Band 4 Groschen kostet, was kosten 5 Ellen?

5) Wenn das Pfund Kalbfleisch 9 kr. kostet, was kosten 6 Pfund?

6) Ein Kind verdient sich täglich außer der Schule 6 kr., was macht dieses in 6 Tagen aus?

7) Da ihr aus der Eintheilung des Guldens, welche in der Tabelle c. des §. 87. vorkömmt, wisset, daß 1 Batzen 4 kr., also der halbe Batzen 2 kr. hat, so saget mir, wie viel Kreutzer haben 2 halbe Batzen, 3 halbe Batzen, 7 halbe Batzen, 10 halbe Batzen, 6 halbe Batzen, 5 halbe Batzen ꝛc.?

8) Wie viel Kreutzer machen 4 Groschen, 8 Groschen, 10 Groschen, 5 Groschen, 7 Groschen, 2 Groschen ꝛc.?

9) Wie viel Kreutzer machen 4 Sechser, 9 Sechser, 10 Sechser, 2 Sechser, 8 Sechser, 3 Sechser ꝛc.?

10) Wie viel Tage (§. 87. Nro. 7.) haben 2 Wochen, 5 Wochen, 4 Wochen, 9 Wochen, 8 Wochen, 6 Wochen ꝛc.?

11) Wie viel Häller geben 9 Kreutzer, 8 Kreutzer, 5 Kreutzer 4 Kreutzer, 2 Kreutzer, 10 Kreutzer ꝛc.?

12) Die Verwechselung der Faktoren macht im Pro-

dukte keinen Unterschied (§. 49.), da man z. B. immer 20 erhält, man mag 5 mit 4, oder 4 mit 5 multipliziren; es ist $5 \times 4 = 20$, und $4 \times 5 = 20$.

Auch können verschiedene Faktoren das nämliche Produkt geben; so erhält man z. B. das Produkt 20, man mag 4 mit 5, oder 10 mit 2 multiplizieren, da $4 \times 5 = 20$, und 10×2 auch $= 20$.

Weil ich euch dieses sagte, so könnet ihr jetzt schon folgende Aufgaben auflösen:

a) Welche Paare von Faktoren geben die Produkte 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 und 100?

b) Welche zwei Zahlen mit einander multiplizirt, geben die Produkte 14, 15, 21, 27, 28, 32, 35, 42, 45, 48, 50, 54, 56, 60, 63, 70 und 81?

c) Welche zwei Zahlen müssen mit einander multiplizirt werden, wenn man zu Produkten folgende Zahlen erhalten will, als 4, 6, 8, 12, 18, 24, 30, 40 und 90?

§. 137.

Das große Einmaleins betreffend.

Die Tabelle, die ihr im §. 47. angeführt findet, nennt man das kleine Einmaleins, weil sie nur die Produkte der ersten 10 Zahlen enthält.

Setzet ihr diese Tabelle mit zweizifferichten Zahlen fort, und saget ihr 1 mal 11 ist 11, dann 2 mal 11 ist 22, ferner 3 mal 11 ist 33 rc. so erhaltet ihr das große Einmaleins, welches von großem Nutzen, indeß aber doch zur Erlernung etwas schwer ist.

Deßwegen will ich euch hier nur aus demselben das hersetzen, was öfters vorkömmt, und in Betreff der übrigen Fälle Regeln angeben, nach denen ihr auch bequem die verlangten Produkte bei größeren Zahlen finden könnet.

Die Angabe einiger Produkte aus dem großen Einmaleins.

1 mal	11	ist	11	4 mal	11	ist	44
2 mal	11	ist	22	5 mal	11	ist	55
3 mal	11	ist	33	6 mal	11	ist	66

7 mal	11	ist	77
8 mal	11	ist	88
9 mal	11	ist	99
10 mal	11	ist	110
11 mal	11	ist	121
12 mal	11	ist	132
1 mal	12	ist	12
2 mal	12	ist	24
3 mal	12	ist	36
4 mal	12	ist	48
5 mal	12	ist	60
6 mal	12	ist	72
7 mal	12	ist	84
8 mal	12	ist	96
9 mal	12	ist	108
10 mal	12	ist	120
11 mal	12	ist	132
12 mal	12	ist	144
1 mal	13	ist	13
2 mal	13	ist	26
3 mal	13	ist	39
4 mal	13	ist	52
5 mal	13	ist	65
6 mal	13	ist	78
7 mal	13	ist	91
8 mal	13	ist	104
9 mal	13	ist	117
10 mal	13	ist	130
11 mal	13	ist	143
12 mal	13	ist	156
1 mal	14	ist	14
2 mal	14	ist	28
3 mal	14	ist	42
4 mal	14	ist	56
5 mal	14	ist	70
6 mal	14	ist	84
7 mal	14	ist	98
8 mal	14	ist	112

9 mal	14	ist	126
10 mal	14	ist	140
11 mal	14	ist	154
12 mal	14	ist	168
1 mal	15	ist	15
2 mal	15	ist	30
3 mal	15	ist	45
4 mal	15	ist	60
5 mal	15	ist	75
6 mal	15	ist	90
7 mal	15	ist	105
8 mal	15	ist	120
9 mal	15	ist	135
10 mal	15	ist	150
11 mal	15	ist	165
12 mal	15	ist	180
1 mal	16	ist	16
2 mal	16	ist	32
3 mal	16	ist	48
4 mal	16	ist	64
5 mal	16	ist	80
6 mal	16	ist	96
7 mal	16	ist	112
8 mal	16	ist	128
9 mal	16	ist	144
10 mal	16	ist	160
11 mal	16	ist	176
12 mal	16	ist	192
1 mal	17	ist	17
2 mal	17	ist	34
3 mal	17	ist	51
4 mal	17	ist	68
5 mal	17	ist	85
6 mal	17	ist	102
7 mal	17	ist	119
8 mal	17	ist	136
9 mal	17	ist	153
10 mal	17	ist	170

11 mal	17	ist	187
12 mal	17	ist	204
1 mal	18	ist	18
2 mal	18	ist	36
3 mal	18	ist	54
4 mal	18	ist	72
5 mal	18	ist	90
6 mal	18	ist	108
7 mal	18	ist	126
8 mal	18	ist	144
9 mal	18	ist	162
10 mal	18	ist	180
11 mal	18	ist	198
12 mal	18	ist	216
1 mal	19	ist	19
2 mal	19	ist	38
3 mal	19	ist	57
4 mal	19	ist	76
5 mal	19	ist	95
6 mal	19	ist	114
7 mal	19	ist	133
8 mal	19	ist	152
9 mal	19	ist	171
10 mal	19	ist	190
11 mal	19	ist	209
12 mal	19	ist	228
1 mal	20	ist	20
2 mal	20	ist	40
3 mal	20	ist	60
4 mal	20	ist	80
5 mal	20	ist	100
6 mal	20	ist	120
7 mal	20	ist	140
8 mal	20	ist	160
9 mal	20	ist	180
10 mal	20	ist	200
11 mal	20	ist	220
12 mal	20	ist	240

§. 138.

Die Multiplikation einer einzifferichten Zahl mit einer zweizifferichten, oder umgekehrt.

Sollet ihr eine einzifferichte Zahl mit einer zweizifferichten multipliziren, so kehret allemal die Aufgabe um, und multipliziret die zweizifferichte Zahl mit der einzifferichten, da man die Stellen der Faktoren verwechseln kann (§. 49.).

Bei der Multiplikation der zweizifferichten Zahl mit der einzifferichten verfahret dann immer, im Falle ihr aus der Tabelle des vorigen §. das Produkt nicht wisset, auf folgende Weise:

Multipliziret zuerst die Zehner des Multiplikands mit dem Multiplikator, und dann damit die Einer desselben; erhaltet ihr bei den Einern Zehner, so zählet diese zu den Zehnern, um das eigentliche Produkt zu erhalten, welches auch Total- oder Hauptprodukt genannt wird.

Beispiel:

Es soll die Zahl 8 mit 96 multiplizirt werden.

Auflösung:

1) Weil 96 eine zweizifferichte Zahl ist, so kehret die Aufgabe um, und multipliziret 96 mit 8;

2) Nun saget 8 mal 9 ist 72, also 8 mal 9 Zehner geben 72 Zehner, und 8 mal 6 gibt 48, somit 4 Zehner und 8 Einer;

3) Es geben aber 72 Zehner und 4 Zehner zur Summe 76 Zehner, weßhalb, wenn ihr die 8 Einer dazu zählet, 768 das verlangte Produkt ist, indem 10 Zehner 1 Hundert, und also 70 Zehner oder 7 mal 10 Zehner 7 Hundert geben; d. h., $8 \times 96 = 96 \times 8 = 768$.

Ihr könnet auch, wenn ihr es bequemer finden sollet, wie beim schriftlichen Rechnen (§. 50.), zuerst das Produkt der Einer, und dann das Produkt der Zehner suchen, und zu diesem die im Produkte der Einer enthaltenen Zehner hinzählen.

Kommen im zweizifferichten Faktor keine Einer vor, so multipliziret die Zehner so mit dem Multiplikator, als wenn nur Einer da wären, und füget am Ende dem Produkte rechts die Null wieder bei; daher z. B. sagt man, da 6 mal 8 zum Produkte 48 gibt, 6 mal 80 gibt 480, oder 6 mal 8 Zehner geben 48 Zehner, d. h., $80 \times 6 = 480$; indem 10 Zehner 1 Hundert, und somit 40 Zehner oder 4 mal 10 Zehner 4 Hundert geben.

Uebungs-Beispiele:

1) Wenn 1 Schäffel Gersten 40 fl. kostet, was kosten 9 Schäffel?

2) Was kosten 32 Ellen, wenn 1 Elle 8 fl. kostet?

3) Jemand verzehrt monatlich 48 fl., was beträgt dieses in 6 Monaten?

4) Jemand hat 50 fl. monatlichen Gehalt, wie viel beträgt das in 9 Monaten?

5) Wie viel Kreutzer geben 20 halbe Batzen, 11 halbe Batzen, 18 halbe Batzen, 24 halbe Batzen, 28 halbe Batzen, 13 halbe Batzen &c.?

6) Wie viel Kreutzer geben 12 Groschen, 15 Groschen, 18 Groschen, 10 Groschen, 13 Groschen, 17 Groschen ꝛc.?

7) Wie viel Kreutzer geben 12 Batzen, 15 Batzen, 11 Batzen, 14 Batzen ꝛc.?

8) Wie viel Kreutzer geben 4 Zwölfer, 2 Zwölfer, 3 Zwölfer, 2 Fünfzehner, 3 Fünfzehner, 2 Vierundzwanziger ꝛc.?

§. 139.

Die Multiplikation mit einer einzifferichten Zahl, wenn der Multiplikand aus Ziffern mit angehängten Nullen, oder überhaupt aus mehreren Ziffern besteht.

Besteht der Multiplikand aus einem Ziffer mit mehreren Nullen, oder auch aus zwei Ziffern mit Nullen, so multipliziret nur nach den bisher aufgestellten Regeln die Ziffern, und füget dann zuletzt rechts dem Produkte die Nullen bei; daher ist z. B. $600 \times 4 = 2400$, dann $6000 \times 4 = 24000$, ferner $240 \times 2 = 480$, und $2400 \times 2 = 4800$.

Sollet ihr eine Zahl, die wie immer viele Ziffern hat, z. B. eine dreizifferichte Zahl mit einer einzifferichten multipliziren, so multipliziret zuerst die vorkommenden höchsten Einheiten, und dann der Ordnung nach die niedern, also in diesem Falle zuerst die Hunderte, dann die Zehner und endlich die Einer des Multiplikands, und bringet diese drei Produkte in eine Summe.

Daher ist z. B. $484 \times 5 = 2420$; da 5 mal 4 Hundert 20 Hundert, dann 5 mal 8 Zehner 40 Zehner, mithin 4 Hundert, und 5 mal 4 Einer 20 Einer oder 2 Zehner geben, was zusammen 24 Hundert 2 Zehner, also 2420 ausmacht.

Uebungs-Beispiele:

1) Jemand trägt jährlich an seiner Schuld 600 fl. ab, und tilgt sie in 6 Jahren; wie groß war dieselbe?

2) Ein Gläubiger nimmt jährlich 845 fl. Zins ein; wie viel bekömmt er in 8 Jahren?

3) Ein Vater verwendet jährlich auf seinen Sohn 225 fl.; wie viel beträgt dieses in 4 Jahren?

4) Unter 8 Personen wurde eine Erbschaft ausgetheilt; wie hoch belief sich das ganze Vermögen, wenn jede Person 3600 fl. erhielt?

5) Welche Produkte erhält man, wenn man folgende Zahlen mit einander multiplizirt, als: 6 mit 50, 3 mit 20, 7 mit 60, 40 mit 2, 60 mit 4, 5 mit 200, 8 mit 500, 6 mit 300, 9 mit 600; 600 mit 2, 400 mit 8, 900 mit 5, 800 mit 4, 500 mit 9; 9 mit 8000, 5 mit 3000, 8 mit 4000; 2000 mit 9, 4000 mit 8, 6000 mit 4, 5000 mit 6, 8000 mit 3, 7000 mit 2 ꝛc.?

6) Welche Produkte erhält man, wenn man nachstehende Zahlen mit einander multiplizirt, als: 56 mit 4, 9 mit 48, 5 mit 98, 68 mit 6, 3 mit 425, 6 mit 718, 345 mit 9, 458 mit 5 ꝛc.?

§. 140.

Die Multiplikation mehrzifferichter Zahlen mit 10, 100, 1000 ꝛc.

Sollet ihr eine mehrtheilige Zahl mit 10 multipliziren, so dürfet ihr nur rechts dem Multiplikand eine Nulle anhängen; dadurch werden im Multiplikand die Einer zu Zehnern, die Zehner zu Hunderten, die Hunderte zu Tausenden ꝛc. erhoben.

Was erhält man z. B., wenn man 10 mit 386 multiplizirt?

Man bekommt zum Produkte 3860; weil durch die Beisetzung der Nulle 6 an die Stelle der Zehner, 8 an die Stelle der Hunderte, und 3 an die Stelle der Tausende kam (§. 120.), und dadurch die 6 Einer zu 6 Zehnern, die 8 Zehner zu 8 Hunderten, und die 3 Hunderte zu 3 Tausenden erhoben wurden.

Auf gleiche Weise verfahret ihr auch, wenn ihr eine Zahl mit 100, 1000 ꝛc. multipliziren sollet; ihr hänget nämlich dem Multiplikand zur Rechten so viele Nullen an, als der Multiplikator hat.

Deßwegen ist z. B. $36 \times 100 = 3600$, dann $32 \times 1000 = 32.000$, ferner $456 \times 1000 = 456.000$ ꝛc.

Soll man 10, 100, 1000 ꝛc. mit einer mehrzifferichten Zahl multipliziren, so kehret nur gleich die Aufgabe um (§. 49.), und multipliziret die mehrzifferichte Zahl mit 10, 100, 1000 ꝛc.; deßhalb ist z. B. $10 \times 46 = 46 \times 10 = 460$, dann $100 \times 458 = 458 \times 100 = 45.800$ ꝛc.

§. 141.

Die Multiplikation zweizifferichter Zahlen mit 11.

Sollet ihr eine zweitheilige Zahl mit 11 multipliziren, so dürfet ihr nur die zwei Ziffern des Multiplikands zusammen zählen, und die Summe, wenn sie nicht über 9 steigt, zwischen die beiden Ziffern des Multiplikands hineinsetzen.

Geht aber die Summe der Ziffern des Multiplikands über 9, so zählet die aus den Einern erhaltenen Zehner zu der links stehenden Zehnerzahl, und setzet auf die vorige Weise die noch übrigen Einer in die Mitte.

I. Beispiel:

Es soll 11 mit 26, oder 26 mit 11 multiplizirt werden.

Auflösung:

Man zähle, da man in beiden Fällen die Zahl 11 als Multiplikator annimmt, die Ziffern des Multiplikands 2 und 6 zusammen, und setze die erhaltene Summe 8 zwischen 2 und 6, man erhält 286; weßhalb $11 \times 26 = 26 \times 11 = 286$.

II. Beispiel:

Ihr sollet 11 mit 64 multipliziren.

Auflösung:

Kehret die Aufgabe um, und multipliziret 64 mit 11. Nun addiret 6 und 4, ihr erhaltet 10, somit eine Summe, die über 9 geht; deßhalb zählet 1 zu 6, und setzet die Null zwischen 7 und 4, ihr findet auf diese Weise, daß $11 \times 64 = 64 \times 11 = 704$.

III. Beispiel:

Ihr sollet 99 mit 11 multipliziren.

Auflösung:

Addiret 9 und 9, ihr erhaltet 18, deßhalb zählet 1 zu 9 und setzet 8 zwischen 10 und 9, ihr findet dadurch, daß 99 × 11 = 1089.

Den Grund des Verfahrens sehet ihr aus dem ein, daß dadurch der Multiplikand 10- und 1mal, also 11mal gesetzt wird (§. 45. a.), wie ihr aus den nachstehenden schriftlichen Auflösungen, welche an der Tafel, oder auf dem Papier gemacht werden, ersehet:

a) Auflösung des I. Beispieles.

$$26 \times 11 = \begin{cases} 26 \times 10 = 260, \text{ das Zehnfache} \\ 26 \times 1 = \ \ 26, \text{ das Einfache} \end{cases}$$

zusammen 286, das Eilffache, und deßhalb das verlangte Produkt

oder:

$$26 \times 11 = \begin{cases} 26., \text{ das Zehnfache} \\ \ \ 26, \text{ das Einfache} \end{cases}$$

286, das Eilffache oder das Produkt

oder auch gerade weg:

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ \hline 286 \end{array}$$

286, Produkt.

b) Auflösung des II. Beispieles.

$$64 \times 11 = \begin{cases} 64 \\ \ 64 \end{cases}$$

704, Produkt.

c) Auflösung des III. Beispieles.

$$99 \times 11 = \begin{cases} 99 \\ \ 99 \end{cases}$$

1089, Produkt.

§. 142.

Die Multiplikation zweizifferichter Zahlen mit einander.

a) Ist einer der beiden Faktoren 10 oder 11, so multipliziret nach den in den §§. 140. und 141. aufgestellten Regeln.

b) Hat einer der beiden Faktoren eine Null, so nehmet diesen Faktor als Multiplikator, multipliziret mit dem Zahlziffer, und setzet dem Produkte die Null rechts bei; daher ist z. B. $40 \times 86 = 86 \times 40 = 3440$, da $86 \times 4 = 344$ (§. 139.) und 3440 als Produkt herauskömmt, wenn man rechts die Null noch beifügt.

c) Bestehen beide Faktoren aus Zahlziffern, so multipliziret den Multiplikand zuerst mit den Zehnern, und dann mit den Einern des Multiplikators, und zählet beide Produkte zusammen; die Summe der Produkte gibt das Haupt- oder Total-Produkt.

Wenn es euch bequemer ist, so könnet ihr auch, wie es beim schriftlichen Rechnen geschieht, zuerst mit den Einern und dann mit den Zehnern des Multiplikators den Multiplikand multipliziren, in welchem Falle wieder beide Produkte addirt werden müssen.

Daher ist z. B. $46 \times 52 = 2392$; denn 50 mal 46 gibt 230 Zehner oder 2300, und 2 mal 46 gibt 9 Zehner 2 Einer oder 92, daher erhält man zum ganzen Produkte 239 Zehner und 2 Einer, somit die Zahl 2392, indem $2300 + 92 = 2392$.

Anmerkung: Haben beide Faktoren am Ende Nullen, so multiplizire man nur die Zahlziffern mit einander, und setze dem Produkte die Nullen der beiden Faktoren bei (§. 55.); daher ist z. B. $60 \times 40 = 2400$, da $6 \times 4 = 24$, und die Zahl 2400 als Produkt zum Vorschein kommt, wenn man die beiden Nullen der Faktoren beisetzt.

§. 143.

Beispiele zur Uebung in Betreff der §§. 140, 141 und 142.

1) Wenn 1 Elle 10 fl. kostet, was kosten 36 Ellen?

2) Eine Erbschaft wurde zu gleichen Theilen vertheilt, und jeder Erbe bekam 400 fl.; wie groß war dieselbe, wenn es 5 Erben gewesen sind?

3) Bei der Austheilung einer Beute bekam ein Mann 38 fl.; wie groß war diese, wenn es 1000 Soldaten gewesen sind?

4) Kajus kaufte sich ein Pferd um 18 Louisd'ors; wie viel Gulden beträgt diese Summe, wenn wir die Louisd'or zu 11 fl. rechnen?

5) Wie viele Gulden geben 11 Karolin, 19 Karolin, 36 Karolin, 49 Karolin, 72 Karolin, 98 Karolin ꝛc.?

6) Wie groß ist ein Garten, wenn dessen Länge 68 Schuh, und dessen Breite 36 Schuh beträgt, und es bekannt ist, daß man den Flächeninhalt erhalte, wenn man die Länge mit der Breite multiplizirt?

7) Mit wie viel Steinen ist der Boden eines Saales bedeckt, wenn der Länge nach 80, und der Breite nach 60 gelegt sind?

8) Jemand beziebt jährlich 800 fl.; wie viel beträgt dieses in 12 Jahren?

Anmerkung: Bei großen Zahlen, die aus mehreren Ziffern bestehen, muß man schon die Produkte durch das schriftliche Rechnen an der Tafel, oder auf dem Papier nach den in dem §. 51. aufgestellten Regeln bestimmen.

V. Abschnitt.

Vom Theilen oder Dividiren.

§. 144.

Die Divisionstabelle betreffend.

Das Theilen oder Zertheilen der Zahlen, welches auch das Dividiren genannt wird (§. 61. c.), ist im Grunde nur eine kürzere Art der Abziehung.

Bei der Abziehung oder Subtraktion nimmt man, wie ihr wisset, eine Zahl von einer andern nur einmal weg, und beim Dividiren untersucht man, wie oft eine Zahl von der andern weggenommen werden kann, oder was eines ist, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist.

Daher bestimmt man z. B., daß 3 in 12 viermal enthalten ist, wenn man sagt, 3 von 12 bleibt 9, dann 3 von 9 bleibt 6, ferner 3 von 6 bleibt 3, und 3 von 3 bleibt nichts, d. h., 3 kann man von 12 viermal wegnehmen, es ist also 3 in 12 viermal enthalten, oder, wie man sich kürzer ausdrückt, 3 in 12 geht viermal.

Damit ihr geschwind findet, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, müsset ihr die Tabelle des §. 47. auch als eine Divisions-Tabelle, welche das Eins in Eins genannt wird, dadurch lernen, daß ihr saget: 1 in 1 geht 1mal, 1 in 2 geht 2mal, 1 in 3 geht 3mal ꝛc., dann 2 in 2 geht 1mal, 2 in 4 geht 2mal, 2 in 6 geht 3mal, 2 in 8 geht 4mal ꝛc.

Habet ihr diese Tabelle recht inne, so müsset ihr euch auch mit dem Zeichen der Division bekannt (§. 61. e.), und euch die Begriffe von Quotienten, Dividend und dem Divisor eigen machen (§. 61. a. u. b.)

§. 145.

Beispiele zur Uebung in Absicht auf die Divisions-Tabelle.

Habet ihr das Eins in Eins oder die Divisions-Tabelle gut gelernet, und wisset ihr sie vor- und rückwärts, in und außer der Ordnung, so wird es euch nicht schwer ankommen, darnach folgende Aufgaben aufzulösen:

1) Wie viel Kreutzer geben 24 Pfenning, wenn 4 Pfenning 1 Kreutzer geben?

So oft 4 Pfenning in 24 Pfenning enthalten sind, so oft macht es 1 kr.; nun sind 4 Pfenning in 24 Pfenning 6 mal enthalten, also machen 24 Pfenning 6 kr., indem $4 \times 6 = 24$.

2) Was kostet 1 Elle, wenn 8 Ellen 32 fl. kosten?

3) Wenn man für 6 Tage 48 fl. einnimmt, was trifft auf 1 Tag?

4) Wenn 64 kr. unter 8 Arme zu gleichen Theilen getheilt werden, was trifft einem?

5) Wie viel Pfenning geben 12 Häller, 20 Häller, 16 Häller, 10 Häller, 8 Häller ꝛc.?

6) Wie viel Gulden machen 14 halbe Gulden, 8 halbe Gulden, 12 halbe Gulden, 6 halbe Gulden ꝛc.?

7) Wie viel Gulden machen 24 Fünfzehner, 8 Fünfzehner, 12 Fünfzehner, 28 Fünfzehner ꝛc.?

8) Wie viel Gulden machen 5 Zwölfer, 15 Zwölfer, 10 Zwölfer, 25 Zwölfer, 35 Zwölfer, 40 Zwölfer ꝛc.?

9) Wie viel Batzen machen 12 Kreutzer, 8 Kreutzer, 16 Kreutzer, 24 Kreutzer ꝛc.?

10) Wie viel Groschen machen 12 Kreutzer, 18 Kreutzer, 24 Kreutzer, 30 Kreutzer, 21 Kreutzer, 9 Kreutzer ꝛc.?

11) Wie viel Sechser machen 12 Kreutzer, 36 Kreutzer, 60 Kreutzer, 24 Kreutzer, 42 Kreutzer, 30 Kreutzer ꝛc.?

12) Wie viel Wochen machen 28 Tag, 42 Tag, 63 Tag, 35 Tag, 56 Tag, 70 Tag ꝛc.?

13) Wie viel Kreutzer machen 16 Häller, 56 Häller, 80 Häller, 24 Häller, 64 Häller, 72 Häller rc.?

14) Wie oft geht 6 in 6, 6 in 12, 3 in 15, 4 in 20, 10 in 50, 8 in 40 rc.?

§. 146.

Bestimmung von Hälften, Dritteln, Vierteln rc.

Der Quotient zeigt nicht bloß an, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist, sondern auch, der wievielste Theil der Divisor vom Dividend ist. Folgendes wird euch darüber mehr Aufschluß geben:

Sehet, meine Schüler! da habe ich eine Streife Papier, die so lange ist, wie eine Elle. Wenn ich nun diese Elle in der Mitte in zwei gleich große Stücke abschneide, so ist ein jedes Stück die Hälfte der Elle, oder eine halbe Elle.

Die ganze Elle hat also, wie ihr sehet, 2 Hälften, wovon die eine Hälfte so groß, wie die andere Hälfte ist.

Theile ich aber die Elle in 3 gleich große Theile, so ist jedes Stück der 3te Theil, oder ein Drittel der ganzen Elle; die ganze Elle hat deßhalb 3 Drittel.

Theile ich die ganze Elle in 2 Hälften, und dann jede Hälfte in 2 gleiche Theile, so entstehen dadurch 4 gleich große Theile, wovon jeder Theil ein Viertel heißt; weßhalb die ganze Elle 4 Viertel hat.

Theilet man jedes Viertel der Elle wieder in 2 gleiche Theile, so entstehen dadurch 8 gleich große Theile, wovon jeder Theil ein Achtel oder ein halbes Viertel der ganzen Elle ist, welche 8 Achtel hat.

Theile ich die Elle in 3 gleiche Theile oder in Drittel, und dann jedes Drittel wieder in 2 gleiche Theile, so entstehen dadurch 6 gleich große Theile, wovon jeder Theil ein Sechstel oder ein halbes Drittel heißt; daher hat die ganze Elle 6 Sechstel oder 6 halbe Drittel.

Theilet man die Elle in 12 gleiche Theile, so heißt

jeder Theil ein Zwölftel oder ein halbes Sechstel, und die ganze Elle hat 12 Zwölftel, oder 12 halbe Sechstel.

Auf diese Weise könnet ihr die ganze Elle in Sechzehntel, Zweiunddreißigerl, Vierundzwanzigerl 2c. theilen.

Wie man Ellen in zwei gleiche Theile 2c. theilen kann, so kann man auch andere körperliche Gegenstände, als Linien, Flächen 2c., dann die Zeit und vorzüglich auch die Zahlen theilen, durch welche die Größe dieser Gegenstände angegeben wird.

Anmerkung: Ich rede hier nur in so ferne von Halben, Dritteln 2c., als ich es meinem gegenwärtigen Zwecke gemäß zur Uebung im Dividiren mit ganzen Zahlen förderlich finde, und drücke deßhalb diese Theile noch nicht in der Gestalt der Brüche aus, vielmehr betrachte ich sie hier nur wie benannte Zahlen. Von den Brüchen wird im II. Theile, und in'sbesondere vom Kopfrechnen in Absicht auf dieselben im letzten Hauptstücke dieses Theiles die Rede sein.

§. 147.

Tabelle

zur Anschauung, wie groß die Hälfte, das Drittel, Viertel 2c. von gewissen Zahlen ist.

Die	Hälfte	von	2	ist	1;	denn	2 mal	1	ist	2.
Die	Hälfte	von	4	ist	2;	denn	2 mal	2	ist	4.
Die	Hälfte	von	6	ist	3;	denn	2 mal	3	ist	6.
Die	Hälfte	von	8	ist	4;	denn	2 mal	4	ist	8.
Die	Hälfte	von	10	ist	5;	denn	2 mal	5	ist	10.
Die	Hälfte	von	12	ist	6;	denn	2 mal	6	ist	12.
Die	Hälfte	von	14	ist	7;	denn	2 mal	7	ist	14.
Die	Hälfte	von	16	ist	8;	denn	2 mal	8	ist	16.
Die	Hälfte	von	18	ist	9;	denn	2 mal	9	ist	18.
Die	Hälfte	von	20	ist	10;	denn	2 mal	10	ist	20.

Der	3te	Theil	von	3	ist	1;	denn	3 mal	1	ist	3.
Der	3te	Theil	von	6	ist	2;	denn	3 mal	2	ist	6.
Der	3te	Theil	von	9	ist	3;	denn	3 mal	3	ist	9.
Der	3te	Theil	von	12	ist	4;	denn	3 mal	4	ist	12.

Der

Der 3te Theil von 15 ist 5; denn 3 mal 5 ist 15.
Der 3te Theil von 18 ist 6; denn 3 mal 6 ist 18.
Der 3te Theil von 21 ist 7; denn 3 mal 7 ist 21.
Der 3te Theil von 24 ist 8; denn 3 mal 8 ist 24.
Der 3te Theil von 27 ist 9; denn 3 mal 9 ist 27.
Der 3te Theil von 30 ist 10; denn 3 mal 10 ist 30.

Der 4te Theil von 4 ist 1; denn 4 mal 1 ist 4.
Der 4te Theil von 8 ist 2; denn 4 mal 2 ist 8.
Der 4te Theil von 12 ist 3; denn 4 mal 3 ist 12.
Der 4te Theil von 16 ist 4; denn 4 mal 4 ist 16.
Der 4te Theil von 20 ist 5; denn 4 mal 5 ist 20.
Der 4te Theil von 24 ist 6; denn 4 mal 6 ist 24.
Der 4te Theil von 28 ist 7; denn 4 mal 7 ist 28.
Der 4te Theil von 32 ist 8; denn 4 mal 8 ist 32.
Der 4te Theil von 36 ist 9; denn 4 mal 9 ist 36.
Der 4te Theil von 40 ist 10; denn 4 mal 10 ist 40.

Der 5te Theil von 5 ist 1; denn 5 mal 1 ist 5.
Der 5te Theil von 10 ist 2; denn 5 mal 2 ist 10.
Der 5te Theil von 15 ist 3; denn 5 mal 3 ist 15.
Der 5te Theil von 20 ist 4; denn 5 mal 4 ist 20.
Der 5te Theil von 25 ist 5; denn 5 mal 5 ist 25.
Der 5te Theil von 30 ist 6; denn 5 mal 6 ist 30.
Der 5te Theil von 35 ist 7; denn 5 mal 7 ist 35.
Der 5te Theil von 40 ist 8; denn 5 mal 8 ist 40.
Der 5te Theil von 45 ist 9; denn 5 mal 9 ist 45.
Der 5te Theil von 50 ist 10; denn 5 mal 10 ist 50.

Der 6te Theil von 6 ist 1; denn 6 mal 1 ist 6.
Der 6te Theil von 12 ist 2; denn 6 mal 2 ist 12.
Der 6te Theil von 18 ist 3; denn 6 mal 3 ist 18.
Der 6te Theil von 24 ist 4; denn 6 mal 4 ist 24.
Der 6te Theil von 30 ist 5; denn 6 mal 5 ist 30.
Der 6te Theil von 36 ist 6; denn 6 mal 6 ist 36.
Der 6te Theil von 42 ist 7; denn 6 mal 7 ist 42.
Der 6te Theil von 48 ist 8; denn 6 mal 8 ist 48.
Der 6te Theil von 54 ist 9; denn 6 mal 9 ist 54.
Der 6te Theil von 60 ist 10; denn 6 mal 10 ist 60.

Der	7te	Theil	von	7	ist	1;	denn	7mal	1	ist	7.
Der	7te	Theil	von	14	ist	2;	denn	7mal	2	ist	14.
Der	7te	Theil	von	21	ist	3;	denn	7mal	3	ist	21.
Der	7te	Theil	von	28	ist	4;	denn	7mal	4	ist	28.
Der	7te	Theil	von	35	ist	5;	denn	7mal	5	ist	35.
Der	7te	Theil	von	42	ist	6;	denn	7mal	6	ist	42.
Der	7te	Theil	von	49	ist	7;	denn	7mal	7	ist	49.
Der	7te	Theil	von	56	ist	8;	denn	7mal	8	ist	56.
Der	7te	Theil	von	63	ist	9;	denn	7mal	9	ist	63.
Der	7te	Theil	von	70	ist	10;	denn	7mal	10	ist	70.

Der	8te	Theil	von	8	ist	1;	denn	8mal	1	ist	8.
Der	8te	Theil	von	16	ist	2;	denn	8mal	2	ist	16.
Der	8te	Theil	von	24	ist	3;	denn	8mal	3	ist	24.
Der	8te	Theil	von	32	ist	4;	denn	8mal	4	ist	32.
Der	8te	Theil	von	40	ist	5;	denn	8mal	5	ist	40.
Der	8te	Theil	von	48	ist	6;	denn	8mal	6	ist	48.
Der	8te	Theil	von	56	ist	7;	denn	8mal	7	ist	56.
Der	8te	Theil	von	64	ist	8;	denn	8mal	8	ist	64.
Der	8te	Theil	von	72	ist	9;	denn	8mal	9	ist	72.
Der	8te	Theil	von	80	ist	10;	denn	8mal	10	ist	80.

Der	9te	Theil	von	9	ist	1;	denn	9mal	1	ist	9.
Der	9te	Theil	von	18	ist	2;	denn	9mal	2	ist	18.
Der	9te	Theil	von	27	ist	3;	denn	9mal	3	ist	27.
Der	9te	Theil	von	36	ist	4;	denn	9mal	4	ist	36.
Der	9te	Theil	von	45	ist	5;	denn	9mal	5	ist	45.
Der	9te	Theil	von	54	ist	6;	denn	9mal	6	ist	54.
Der	9te	Theil	von	63	ist	7;	denn	9mal	7	ist	63.
Der	9te	Theil	von	72	ist	8;	denn	9mal	8	ist	72.
Der	9te	Theil	von	81	ist	9;	denn	9mal	9	ist	81.
Der	9te	Theil	von	90	ist	10;	denn	9mal	10	ist	90.

Habet ihr vorstehende Tabelle recht begriffen, so werdet ihr die Hälfte, das Drittel, Viertel ꝛc. von mehreren anderen Zahlen ohne Mühe angeben können.

So ist z. B. 432 die Hälfte von 864, da 864 aus den drei Theilen 800 und 60 und 4 besteht, und

400 die Hälfte von 800, dann 30 die Hälfte von 60, und 2 die Hälfte von 4 ist, was zusammen 432 gibt.

Eben so leicht könnet ihr von 963 das Drittel angeben; denn 300 ist das Drittel von 900, dann 20 ist das Drittel von 60, und 1 ist das Drittel von 3, weßhalb 300 und 20 und 1 oder 321 das Drittel von 963 ist.

Auf eine gleiche Weise findet ihr 212 als den 4ten Theil oder als das Viertel von 848; denn 200 ist das Viertel von 800, dann 10 ist das Viertel von 40, und 2 ist das Viertel von 8, weßhalb 200 und 10 und 2 oder 212 das Viertel von 848 ist.

§. 148.

Beispiele zur Uebung in der Bestimmung von Hälften, Vierteln, Achteln ꝛc.

1) Zwei Kinder sollen unter sich 18 Aepfel zu gleichen Theilen vertheilen; wie viel trifft jedem?

Weil hier unter beide die Vertheilung zu gleichen Theilen geschieht, so trifft jedem die Hälfte von 18 Aepfeln; es ist aber 9 das Halbe von 18, also bekommt ein Kind 9 Aepfel.

2) Fritz und Karl vertheilen unter sich 24 Nüsse; wie viel trifft jedem?

3) Unter 4 Erben werden 840 fl. zu gleichen Theilen vertheilt; wie viel trifft jedem?

4) Eine Person will in 4 Monaten 36 baier. Thaler, und zwar in jedem Monat gleich viel bezahlen; wie viel hat sie monatlich zu bezahlen?

5) Neun Kinder vertheilen unter sich 81 Aepfel zu gleichen Theilen; was trifft jedem?

6) Neun Pfund Kalbfleisch kosten 1 fl. 30 kr., also 90 kr.; was kostet 1 Pfund?

7) Sechs Zentner einer gewissen Waare kosten 48 fl.; was kostet 1 Zentner dieser Waare?

8) Acht Ellen kosten 24 Groschen; was kostet 1 Elle?

9) Welches ist die Hälfte von

2, 20, 200, 2000, 20.000, 200.000,
3, 40, 400, 4000, 40.000, 400.000,
6, 60, 600, 6000, 60.000, 600.000,
8, 80, 800, 8000, 80.000, 800.000?

10) Welches ist das Drittel von

3, 30, 300, 3000, 30.000, 300.000,
6, 60, 600, 6000, 60.000, 600.000,
9, 90, 900, 9000, 90.000, 900.000?

11) Welches ist das Viertel von

4, 40, 400, 4000, 40.000, 400.000,
8, 80, 800, 8000, 80.000, 800.000?

12) Welches ist

a) das Fünftel von
5, 50, 500, 5000, 50.000, 500.000?
b) das Sechstel von
6, 60, 600, 6000, 60.000, 600.000?
c) das Siebentel von
7, 70, 700, 7000, 70.000, 700.000?
d) das Achtel von
8, 80, 800, 8000, 80.000, 800.000?
e) das Neuntel von
9, 90, 900, 9000, 90.000, 900.000?

13) Wie oft geht 2 in jeder der nachfolgenden Zahlen, oder wie groß ist die Hälfte von

100, 120, 140, 160, 180,
1000, 1200, 1400, 1600, 1800,
10.000, 12.000, 14.000, 16.000, 18.000,
100.000, 120.000, 140.000, 160.000, 180.000?

14) Wie oft ist 3 in jeder der folgenden Zahlen enthalten, oder wie groß ist das Drittel von

120, 150, 180, 210, 240, 270,
1200, 1500, 1800, 2100, 2400, 2700,
12.000, 15.000, 18.000, 21.000, 24.000, 27.000,
120.000, 150.000, 180.000, 210.000, 240.000, 270.000?

Anmerkung: 1) Auf eine ähnliche Weise können die Auf-

gaben bei solchen Zahlen zur Bestimmung der Viertel, Fünftel, Sechstel, Siebentel, Achtel und Neuntel fortgesetzt werden.

2) Es wird keiner besondern Erläuterung bedürfen, daß bei diesen Divisionen im Quotienten, wenn der Divisor keine Nullen hat, die nämlichen Nullen wieder vorkommen, die im Dividend sind; daher ist z. B. offenbar 1 Hundert die Hälfte von 2 Hundert, also 100 die Hälfte von 200.

§. 149.

Die Division einer mehrzifferichten Zahl durch eine einzifferichte Zahl, oder durch 10, 100, 1000 ꝛc.

a) Habet ihr was immer für eine Zahl zu theilen, so theilet jedesmal zuerst die höheren und dann die niederen Einheiten dieser Zahl, so wie sie der Ordnung nach auf einander folgen; was sich in einer höheren Einheit nicht theilen läßt, das bringet in die nächstfolgende geringere, und theilet es mit den hievon vorhandenen Einheiten gemeinschaftlich.

I. Beispiel:

Wie oft sind 2 Gulden in 50 Gulden enthalten?

Auflösung:

Zwei Gulden sind in vierzig Gulden zwanzigmal enthalten, und in den übrig gebliebenen zehn Gulden fünfmal, also zusammen fünfundzwanzigmal, d. h., 50 : 2 = 25; indem 20 die Hälfte von 40, und 5 die Hälfte von 10, also 25 die Hälfte von 50 ist.

II. Beispiel:

Wie viel Kreutzer geben 68 Pfenning?

Auflösung:

Da 4 Pfenning einen Kreutzer geben, so erhält man so viele Kreutzer, als oft 4 in 68 enthalten ist; es ist

aber 4 in 40 zehnmal, und 4 im Reste 28 siebenmal enthalten; daher geht 4 in 68 siebenzehnmal, d. h., 68 : 4 = 17; da 10 der vierte Theil von 40, und 7 der vierte Theil von 28, also 17 das Viertel von 68 ist.

b) Ist der Divisor 1 mit Nullen, so dürfet ihr nur vom Dividend zur Rechten so viele Ziffern in Gedanken wegschneiden, als der Divisor Nullen hat; die zur Linken bleibenden Ziffern sind der gesuchte Quotient.

I. Beispiel:

Zehn Personen sollen unter sich zu gleichen Theilen 1680 Gulden vertheilen; wie viel trifft es einer jeden Person?

Auflösung:

Schneidet nach der aufgestellten Regel vom Dividend 1680 rechts eine Null ab, weil der Divisor 10 auch eine Null hat; deßhalb erhält jede Person 168 fl., d. h., 1680 fl. : 10 = 168 fl.

II. Beispiel:

Wenn ein Zentner einer gewissen Waare 1500 fl. kostet; wie hoch kömmt das Pfund?

Auflösung:

Da der Zentner 100 Pfund hat (§. 85. Tab. A.), so dividirt man 1500 mit 100, indem man rechts in Gedanken beim Dividend 1500 die beiden Nullen wegläßt, man erhält 15 zum Quotienten; daher kostet das Pfund 15 fl., da 1500 : 100 = 15.

Anmerkung: 1) Wenn bei der Division beide gegebene Zahlen gleich viel Ziffern haben, und somit von der nämlichen Ordnung sind, so läßt man ihre gemeinschaftlichen Ordnungs-Namen weg, und betrachtet sie wie Einer; daher ist z. B. 1000 in 3000, oder 1 Tausend in 3 Tausend 3mal enthalten, 600 in 2400 oder 6 Hundert in 24 Hundert geht 4mal, 6000 in 36000

oder 6 Tausend in 36 Tausend geht 6 mal ꝛc.; indem 3 : 1 = 3, dann 24 : 6 = 4, und 36 : 6 = 6 ꝛc.

2) Von jenen Fällen, wo bei der Division zuletzt ein Rest bleibt, und dieser in der Gestalt eines Bruches dem Quotienten beigesetzt werden muß, wird im letzten Hauptstücke des II. Theiles die Rede sein, gleich wie auch da in Betreff des Kopfrechnens bei der Lehre von den Brüchen, und der Auflösung der Regeldetri-Aufgaben mehrere Anwendungen der vier Rechnungsarten vorkommen werden.

§. 150.

Beispiele zur Uebung.

1) Es sollen 800 fl. 40 kr. 4 Häller unter zwei Personen zu gleichen Theilen vertheilt werden; was trifft einer?

Fanget die Division nach Vorschrift des §. 149 a. bei den höheren Einheiten an, und nehmet zuerst die Hälfte von 800 fl., dann von 40 kr., und endlich von 4 Häll., ihr erhaltet, daß einer Person 400 fl. 20 kr. 2 Häll. treffen.

2) Fünf Personen sollen 80 fl. unter sich zu gleichen Theilen vertheilen; was trifft jeder?

3) Ein Kaufmann zahlt für den Zentner einer Waare 30 fl.; wie viel Zentner erhielt er für 120 fl.

4) Von einer Erbschaft von 1600 fl. erhielt ein Erbe 800 fl.; wie viel waren es Erben?

5) Vier Handelsleute gewinnen mit einander 2400 fl.; wie viel trifft einem bei der Vertheilung zu gleichen Theilen?

6) Acht Personen verzehren mit einander 848 fl.; wie viel trifft auf eine Person?

7) Wie oft ist 10 in den Zahlen 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90 enthalten, und wie groß ist der 10te Theil von 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90?

8) Wie oft sind die Zahlen 10, dann 100 und 1000 in den Zahlen 10.000, 20.000, 30.000, 40.000,

50.000, 60.000, 70.000, 80.000 und 90.000 enthalten, und wie groß ist der 10te, 100ste und 1000ste Theil von den Zahlen 10.000, 20.000, 30.000, 40.000, 50.000, 60.000, 70.000, 80.000 und 90.000?

Anmerkung: Wie die Sache anzugeben ist, wenn bei den Aufgaben des Kopfrechnens Einheiten von verschiedenen Benennungen vorkommen, und man über einige Resultate eine Probe anstellen will, ist sowohl aus dem ersichtlich, was in diesem Hauptstücke gesagt wurde, als auch aus dem, was in den vorhergehenden Hauptstücken vorgetragen wurde.

Anhang,

welcher in getreuer Abschrift die öffentlichen Urtheile enthält, die im kön. baier. Intelligenzblatte des vormaligen Illerkreises, und im allgemeinen Kameral-Korrespondenten über die vier Theile dieses Lehrbuches, und die Anleitung zur Begründung und Anwendung des reesischen Ansatzes erschienen sind.

A.

Königlich Baierisches Intelligenz des Illerkreises.

a.

XLVIII. Stück. Kempten, Dienstag, den 30. November 1810. Seite 769 — 772.

Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte, von Joh. von Gott Bundschue, Professor der Mathematik rc.

Bei Tobias Dannheimer, 1813. Ohne Vorrede I. Theil 192 — II. Theil 232 — III. Theil 280 Seiten. 8.

Preis des I. Theiles 36 kr., des II. Theiles 54 kr., des III. Theiles 1 fl.

Das vorliegende Werk, aus 3 Theilen bestehend, ist zunächst zum Gebrauche an der hiesigen königl. Studienschule bestimmt, wo es be-

reits während des vergangenen Schuljahres in allen Klassen als Lehrbuch eingeführt worden ist.

Der königl. Professor Bundschue, welcher schon im vorigen Jahre die studierende Jugend mit einer interessanten Schrift über die Begründung und Anwendung des Reesischen Ansatzes beschenkte, hat sich durch die Herausgabe des gegenwärtigen Lehrbuches neue Verdienste um den öffentlichen Unterricht erworben.

Der Verfasser, welcher die vorzüglichsten mathematischen Schriften bei der Bearbeitung seines Werkes benützte, hat seine in der Vorrede angegebene doppelte Tendenz vollkommen erreicht, und wirklich ein Buch geliefert, das für Lehrer und Schüler gleich brauchbar, beiden sehr willkommen sein muß, indem die einzelnen Theile durchgehends gründlich und faßlich abgehandelt und den Schülern die Regeln durch die stufenweise Ausarbeitung der angeführten Beispiele klar und anschaulich gemacht werden, während anderer Seits die zweckmäßig gewählten Aufgaben schon ihres Inhaltes wegen eben so belehrend, als anziehend sind. —

Dem ersten Theile hat der Verfasser ganz passend eine kurze Einleitung, in welcher die Begriffe von Einheit, Zahl, Größe ꝛc. festgesetzt werden, vorangeschickt; hierauf folgen die vier Rechnungsarten mit benannten und unbenannten Zahlen, bei welchen mehrere Tabellen über die baierischen Maaße und Gewichte, dann über die vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes nach dem 24 Guldenfuß vorkommen. Dieser Tabellen wegen ist der erste Theil ganz vorzüglich empfehlend, indem in denselben die Einrichtung sämmtlicher baierischen Maaße und Gewichte nach den gesetzlichen Bestimmungen und mit genauer Hinweisung auf das königl. Regierungsblatt in lichter Ordnung dargestellt ist.

Der zweite Theil enthält die gemeinen Brüche, mit den dabei vorkommenden Veränderungen, dann die Aufgaben der Regel Detri. Auf eine sehr zweckmäßige Weise finden wir hier für jene, welche mit der Buchstabenrechnung noch nicht vertrauet sind, die Lehre von den arithmetischen und geometrischen Verhältnissen und Proportionen vorausgeschickt, weil bei den im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsaufgaben, welche in diesem Buche sowohl nach dem gewöhnlichen Ansatze in der Gestalt der Proportion, als auch nach der Reesischen Verfahrungsweise aufgelös't werden, unausgesetzt von Verhältnissen und Proportionen die Rede ist.

Im dritten Theile endlich werden die Dezimal- nnd Sexagesimalbrüche, die Regeln über die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel, dann die ersten Elemente der Buchstabenrechnung, denen noch die

Auflösung einfacher Gleichungen mit einer unbekannten Größe beigesetzet ist, vorgetragen. — Man wird die ersten algebraischen Funktionen nicht leicht in einem andern Werke so deutlich und faßlich dargestellt finden, als es in vorliegendem Lehrbuche geschieht.

Sehr schätzbar, vorzüglich für das klassische Studium, sind die Tabellen, welche der Verfasser am Ende des dritten Theiles, über die Maaße, Gewichte und Münzen der alten Römer, Griechen und Hebräer anführt; so wie die folgenden Tabellen über die Maaße ꝛc. der vorzüglichsten Länder und Städte überhaupt aller Aufmerksamkeit würdig sind. Der Verfasser hat dabei die vortrefflichsten Quellen, welche er namentlich anführt, zum Grunde gelegt, und die große Mühe nicht gescheuet, alle vorkommenden Maaße ꝛc. mit den französischen und baierischen zu vergleichen, und bei der Vergleichung mit den letztern den entsprechenden Logarithmus anzugeben.

Wir nehmen demnach keinen Anstand, das vorliegende Werk nicht nur sämmtlichen Studien-Lehrern des Kreises zu empfehlen, indem sie dadurch in den Stand gesetzt werden, den mathematischen Unterricht mit derjenigen Methode, nach welcher derselbe an hiesigem Gymnasial-Institute durch den Verfasser selbst fortgesetzt wird, in Harmonie zu bringen, sondern wir wünschen auch, daß die Herren Distrikts- und Lokal-Inspektoren ihre Schullehrer mit diesem so zweckmäßig bearbeiteten Lehrbuche bekannt machen, und ihnen dasselbe zu ihrer eigenen Belehrung bestens empfehlen möchten.

b.

V. Stück. Kempten, Freitag den 1. November 1816. Seite 99 — 100.

Lehrbuch der Arithmetik ꝛc. von Joh. von Gott Bundschue, Professor ꝛc. Vierter Theil. Kempten, 1817. bei Dannheimer. 8. S. 262. Preis 1 fl. 30 kr.

Die ersten drei Theile dieses nützlichen arithmetischen Lehrbuches sind schon im Kreisblatte von 1813. S. 769 und folgende angezeigt worden. —

Mit dem nämlichen Fleiße, Gründlichkeit und Zufriedenheit ist nun von dem als Mathematiker schon rühmlich bekannten Verfasser auch dieser vierte Theil bearbeitet worden.

Er enthält in der ersten Abtheilung die Lehre von dem Quadrate und dem Kubus, — in der zweiten von den Gleichungen, — in der dritten von den arithmetischen und geometrischen Proportionen und

Progressionen, — in der vierten von den Logarithmen, — in der fünften von dem Newtonischen Binomium sammt den Permutationen und Kombinationen.

Der Verfasser hat bei diesem Werke wieder die vorzüglichsten mathematischen Werke benützt, und was demselben besonderen Vorzug gewährt, ist die Klarheit des Vortrages, unterstützt durch viele passende Beispiele, wodurch die Anwendung der Lehrsätze erläutert wird. —

Die königliche Regierung hat den Verfasser als Lehrer der Mathematik auf das Lyceum zu Dilingen befördert. — Die Studienanstalten zu Kempten erkennen darin den Lohn des Verdienstes, sie fühlen aber auch den Verlust eines ihrer ausgezeichneten Lehrer.

B.

Allgemeiner Kameral-Korrespondent.

a.

Erlangen, 15. Sept. 1814. — Nro. 107. Seite 429 — 430.

Lehrbuch der Arithmetik rc. von Joh. von Gott Bundschue, Professor rc.

Dieses Werk, das aus drei Theilen bestehet, ist auf den Wunsch des königl. baier. Studienrektorats zu Kempten, und mehrerer königl. Distrikts-Schulinspektionen des Illerkreises unternommen, und bereits in allen Klassen der Studienschule in Kempten als Lehrbuch eingeführt worden.

Der erste Theil, welcher 13 Bogen stark ist, enthält die vier Rechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen, sammt 21 Tabellen, die in einer lichten Ordnung die Eintheilung der baierischen Maaße und Gewichte rc. nach den gesetzlichen Bestimmungen und mit genauer Hinweisung auf Seite, Stück und Jahrgang des königl. baier. Regierungsblattes darstellen. Diesen ist zugleich der Werth der vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes nach dem 24 Guldenfuß beigefügt, und so dafür gesorgt worden, daß sowohl der Liebhaber als auch der angehende Kauf- und Geschäftsmann über den Werth jeder vorkommenden Münze schnellen und sichern Aufschluß erhält.

Der zweite Theil enthält die Lehre von den gemeinen Brüchen, und die verschiedenen Aufgaben der sogenannten Regel Detri, welche nach der allgemein beliebten und äußerst einfachen Reesischen Verfah-

tungsweise aufgelöst werden. Er befaßt sich also außer der Lehre von den gemeinen Fraktionen und einigen ganz neuen sehr wichtigen Bruchrechnungen mit der Anwendung des Reesischen Ansatzes auf die Gesellschafts- und Vermischungsregel, Steuer-, Brandasseruranz- und Alligations-Rechnungen rc. — Zweige, die im gemeinen Leben von vorzüglicher Brauchbarkeit sind.

Im dritten Theile werden die Dezimal- und Sexagesimalbrüche, die ersten Elemente der Buchstabenrechnung, die Progressionen und die Regeln in Absicht auf die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln in Zahlen vorgetragen, wie auch viele Tabellen angehängt, welche die Reduktionen der verschiedensten ausländischen Maaße, Münzen und Gewichte, besonders aber die der Römer, Griechen und Hebräer auf die neuesten baierischen Maaße rc. enthalten, und daher dem Bürger und Gelehrten gleich erwünscht sein müßen.

Aus dieser kurzen Inhaltsanzeige ist ersichtlich, daß dieses Werk nicht nur für den mathematischen Unterricht an den Studienschulen des Königreiches Baiern vorzüglich brauchbar ist, indem es eben jene Zweige vorträgt, die nach dem allerhöchsten Normativ und den allgemeinen Erinnerungen und Beschlüssen — ddto. München den 31. Januar 1813 in den genannten Schulen abzuhandeln sind, sondern daß es sich auch für Schul- und Privatlehrer, und überhaupt für Jeden, der sich in der Arithmetik gründlich belehren will, vorzüglich eignet, und zwar um so mehr, als das Ganze durch die Trennung der Algebra von der Ziffernrechnung leicht verständlich, und durch die Erklärungen, Grundsätze, Regeln und Beweise sehr gründlich ist. Auch die Titl. Herren Beamten, Schulkommissäre, Distrikts- und Lokal-Schulinspektoren, Pfarrer rc. werden dieses Werk, seiner zuverläßigen Tabellen wegen, die das mühsame Nachschlagen aufheben, und das Neueste in unserer Maaß- und Gewichteintheilung auf wenigen Blättern zusammenstellen, gewiß vorzüglich brauchbar und empfehlungswerth finden.

Zur Uebersicht des Abgehandelten und zur kurzen Wiederholung folgen am Ende eines jeden Abschnittes in einigen §§., Fragen und Beispiele. Letztere sind von der Art, daß sie nicht nur durch ihren Inhalt anziehen, sondern auch belehren. Sie sind alle unaufgelöst, und können von dem Liebhaber selbst gelöst, oder von dem Lehrer dem Schüler zum Bearbeiten vorgelegt werden.

Rezensent kann die drei Theile des obigen Werkes bestens empfehlen; denn sie sind ein nützliches und lehrreiches Geschenk, und gereichen dem würdigen und verdienten Herrn Verfasser, der nunmehr auch der allgemeinen kameralistisch-ökonomischen Sozietät angehört,

zur vorzüglichen Ehre. Aus der sehr merkwürdigen Vorrede zum dritten Theil verdient hier Folgendes angeführt zu werden:

»Bei den in diesem Theile vorkommenden mathe-
»matischen Zweigen führte ich ebenfalls, wie in
»den beiden vorausgehenden Theilen« ꝛc.

b.

Erlangen, 23. Jäner 1813. — Nro. 10. Seite 47.

Von dem Professor der Mathematik am königl. baier. Gymnasium zu Kempten, Herrn Johann Bundschue, erschien eine

„Anleitung zur Begründung des Reesischen Ansatzes, „und dessen Anwendung auf die im gemeinen Leben „vorkommenden Rechnungsfälle.“ Kempten, 1812. bei Dannheimer. 8. S. 205 ausser der Vorrede. Preis 45 kr.

Streng methodische Begründung durch die allgemeine Arithmetik dieses bisher meist nur technisch behandelten Zweiges der besondern, Bestimmtheit und Klarheit des Vortrages, Zweckmäßigkeit der Aufgaben, eine lichte Anordnung aller Theile, und manche eigene neue Ansichten zeichnen die gelungene Schrift aus, und machen sie allgemeiner Empfehlung zum Schul- und Privatgebrauch im hohen Grade würdig.

M.

STADTBIBLIOTHEK * AUGSBURG *

Bei Verleger dieses ist auch herausgekommen und zu haben:

Cammerer, A. A. K., Praktische Anleitung zum Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische, nach den Regeln der kleinen Bröderschen Grammatik eingerichtet. gr. 8. Preis 1 fl.

Es fehlt keineswegs an Anleitungen, das Deutsche ins Latein zu übersetzen, aber an solchen fehlt es doch, die genau nach den Regeln der kleinen Bröderschen Grammatik, dem gewöhnlichen Schulbuche an den vaterländischen Studienanstalten, eingerichtet, und so angelegt sind, daß die früher abgehandelten Regeln fortwährend in die spätern wieder verwebt, und so dadurch dem leidigen Vergessen nach Möglichkeit vorgebeugt würde.

Man kann dieses Buch als den umgekehrten Bröder betrachten; denn gleichwie der Hauptzweck von Bröders Grammatik dahin geht, den Schülern Fertigkeit zu geben, das Lateinische ins Deutsche zu vertieren, so sucht dieses Buch die Jugend zu der Geschicklichkeit zu führen, die gehörten und gelernten Regeln auf die vorkommenden Fälle bei dem Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische anzuwenden. Am Schluß ist noch ein Anhang beigefügt, welcher in 3 Abtheilungen nach den Vorkenntnissen der Schüler gesteigert, 36 Themata zum Uebersetzen enthält, in welchen die früher abgehandelten Regeln vermischt vorkommen.

Dieses vortreffliche, so zweckmäßig bearbeitete Werk, das in diesem Jahre die Presse verließ, und schon in den Klassen der königlichen Studienschule zu Kempten als Lehrbuch beim Unterrichte in der lateinischen Sprache eingeführt ist, verdient den Lehrern der Jugend bestens empfohlen zu werden.

Von demselben Herrn Verfasser wird nächstens fertig:

Lehrbuch der Erdbeschreibung für die Jugend, ihre Erzieher und jeden Freund dieser angenehmen Wissenschaft. 2te durchaus verbesserte, stark vermehrte Auflage. gr. 8.

Bandel, J. A., Katechismus über das Strafgesetzbuch für das Königreich Baiern vom Jahr 1813. Kein Commentar, sondern größtentheils mit den Worten des Gesetzes selbst vorgetragen. Eine Volksschrift für Beamte, Pfarrherrn, Bürger und Bauern, auch alle Freunde des Rechts. gr. 8. 1814. 1 fl. 30 kr.

Böhm, J. Leonh., Schulunterricht über Lyrische Dichtung. gr. 8. 1817. 1 fl. 36 kr.

Bundschue, J. v. G., Anleitung zur Begründung des Reesischen Ansatzes in der Lehre der geometrischen Proportionen und zur Anwendung desselben auf die im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfälle. 8. 1812. 45 kr.

Geo-Chronologie von Europa, oder kurzer Inbegriff der Geographie und Geschichte der Kaiserthümer, Königreiche und anderer Staaten dieses Erdtheiles; enthaltend eine Beschreibung der Gränzen, Lage, Größe; bürgerlichen Eintheilung, Gebirge, Flüsse, Seen, Buchten, Naturgeschichte, Ureinwohner, Bevölkerung, Sitten und Gebräuche, Macht, Religion, Sprache, Litteratur, Wissenschaften und Künste,

Handlung und Manufakturen derselben; nebst einem analytischen Verzeichniß der Hauptbegebenheiten, chronologisch geordnet, seit dem Sturze des römischen Reichs bis auf unsere Tage von J. Aspin, mit einer illum. Karte von Europa, auf welcher man die Reihenfolge seiner Staatenbeherrscher bis auf die jetzt lebenden findet. A. d. Französ. übersetzt und mit Zusätzen bis auf 1816 vermehrt von O. P. M. gr. 8. 1817. 2 fl. 30 fr.

Geo-Chronologische Karte von Europa von M. Wauthier zu leichterer Uebersicht und augenscheinlicher Darstellung der Chronologie und Geschichte der europäischen Staaten. A. d. Franz. v. O. P. M. Landcharten-Format 36 fr.

Grieser, G., Nuova Grammatica Italiana, oder kurze Sprachlehre für Jedermann, der die italienische Sprache bald und doch gründlich erlernen will. Mit italienischen Lesestücken und italienisch-deutschen Gesprächen, nebst einem doppelten sehr nützlichen Anhange, enthaltend allerlei poetische Freiheiten im Italienischen, und die Uebersetzung der vorzüglichsten Tauf- Länder- u. Städtenamen. gr. 8. 1817. 48 fr.

—— Tabelle der latein. Declinationen. fol. 1816. 4 fr.

Kramer, Friedr., Athenäum für Freunde der Deklamation. 1r Band. mit Schillers Bildniß. 8. 1817. 1 fl. 30 fr.

—— dessen 2r Bd. mit Wielands Bildn. 8. 1817. 1 fl. 30 fr.

—— dessen 3r Bd. mit Göthe's Bildn. 8. 1817. 1 fl. 30 fr.

Mellin, Dr. Chr. J., Der Frauenzimmerarzt. 8. 1817. 30 fr.

Messe, die heilige, an allen Sonn- und Feiertagen des Jahrs, aus dem Latein ins Deutsche übersetzt, mit den nöthigsten Beicht- Kommunion- und anderen Gebeten. Neueste Auflage. 8. 1 fl.

Rabus, M. Fr. Ph. H., Freimüthige Beantwortung und unpartheiische Würdigung der Frage und Bitte an die gesammte protestant. Geistlichkeit in Deutschland, ausgesprochen von L. Pflaum rc. In besonderer Beziehung auf Baiern geschrieben. gr. 8. 1816. 12 fr.

Sendschreiben an Herrn Ritter v. Lang über eine merkwürdige Rezension in der Felderischen Litteraturzeitung gegen seine Schrift: P. Marelli amores. 8. 1816. 15 fr.

Tabelle der Rechtschreibung. Plakat-Format. 1817. 4 fr.

Würdigung, kurze geschichtliche, des Jesuitenordens. 8. 30 fr.

In gedrängter Kürze übergibt der Verfasser der Publizität geschichtliche Hauptzüge von den politischen Maximen, religiösen und moralischen Lehren und Grundsätzen der Jesuiten. Da über die päbstliche Wiederherstellung des Jesuitenordens schon so vieles gesprochen und geschrieben wurde, und der Unfall in Rußland, welcher diese Gesellschaft traf, zu manchen Debatten Anlaß geben kann, so wird das lesende und unbefangen prüfende Publikum diese Schrift nicht ohne Interesse aus der Hand legen.

v

H.V.

Bundschue

o

K

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bundschue, Johann von Gott,

Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte

Bd.: 1.

Kempten 1818

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- HV 272
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11253530-4